

روش‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی

احسان رجبی دهقی-زاهداسدی



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



مؤسسه راهبردهای
بازنشتگی صبا

روش های محاسبات اکچوئریال در صندوق های بازنشستگی

نویسندگان:

احسان رجبی دهقی - زاهد اسدی

به سفارش:

مؤسسه راهبردهای بازنشستگی صبا

«نهاد پژوهشی صندوق بازنشستگی کشوری»

۱۳۹۹



مؤسسه راهبردهای
بازنشستگی صبا

روش‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی

نویسندگان: احسان رجیبی دهقی - زاهد اسدی

طرح جلد و صفحه‌آرایی: احمد صدیقی

چاپ: اول - ۱۳۹۹

قیمت: ۳۰۰۰۰ تومان

چاپ و صحافی: عمران

نشانی مؤسسه: تهران، خیابان شریعتی، نرسیده به میدان قدس، کوچه محوی، پلاک ۴، طبقه اول، واحد ۱۰۱

تلفن: ۲۲۷۰۳۴۶۵ پست الکترونیکی: info@saba-psi.ir

تمامی حقوق برای مؤسسه راهبردهای بازنشستگی صبا محفوظ است.

فهرست مطالب

پیشگفتار مؤسسه	۹
مقدمه	۱۱

فصل اول:

مفاهیم و فرمول‌های پایه‌ای اکچوئریال	۱۵
۱-۱. انواع روش‌های تأمین مالی صندوق‌های بازنشستگی	۱۷
۱-۱-۱. نظام تأمین مالی مزایای معین	۱۷
۱-۱-۲. نظام تأمین مالی حق بیمه معین	۱۸
۱-۱-۳. نظام تأمین مالی ترکیبی	۱۹
۲-۱. انواع رویکردها در محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی	۱۹
۳-۱. انواع هدف‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی مزایای معین	۲۱
۴-۱. توابع پایه‌ای اکچوئریال	۲۲
۴-۱-۱. تابع بقا	۲۲
۴-۱-۲. نرخ تنزیل	۲۵
۴-۱-۳. تابع دستمزد	۲۵

۴-۴-۱. مستمری‌ها ۲۶

فصل دوم:

مبانی روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی ۲۹

۱-۲. اصطلاحات روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی ۳۱

۲-۲. انواع روش‌های محاسبه اکچوئریال ۳۴

۳-۲. تعهدات هزینه اضافی (SL) ۳۵

۴-۲. سود و زیان اکچوئریال ۳۶

۵-۲. معادله تعادلی محاسبات اکچوئریال ۳۷

فصل سوم:

انواع روش‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی ۳۹

۱-۳. روش‌های انفرادی ۴۱

۱-۳-۱. روش اعتبار واحد (Unit credit) ۴۲

۱-۳-۲. روش سن ورود انفرادی (Entry age normal) ۵۰

۱-۳-۳. روش تراز حق بیمه (Individual level premium) ۵۵

۲-۳. روش‌های گروهی ۶۲

۱-۲-۳. روش سن ورود گروهی (Aggregate entry age normal) ۶۳

۲-۲-۳. روش تعهدات ابتدایی مسدود شده (Frozen initial liability) ۶۷

۳-۲-۳. روش گروهی (Aggregate) ۷۴

۴-۲-۳. روش گروهی انفرادی (Individual aggregate) ۷۸

۵-۲-۳. روش سن ورود کسب شده (Attained age normal) ۸۵

فصل چهارم:

۸۹	معیارهای انتخاب روش محاسبات اکچوئریال
۹۱	۱-۴. مقایسه انواع روش های محاسبات اکچوئریال
۹۱	۱-۴-۱. مزایای محقق شده هر سال
۹۲	۱-۴-۲. سود و زیان اکچوئریال
۹۴	۱-۴-۳. تعهدات اکچوئریال محقق شده
۹۴	۱-۴-۴. تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده
۹۵	۲-۴. معیارهای انتخاب روش محاسبات اکچوئریال در صندوق های بازنشستگی
۹۵	۱-۴-۲. کفایت دارایی ها در زمان بازنشستگی
۹۶	۱-۴-۲. سازگاری هزینه ها
۹۶	۱-۴-۳. انعطاف پذیری در میزان حق بیمه اکچوئریال
۹۷	۱-۴-۴. استواری طرح
۹۷	۱-۴-۵. سادگی روش ها
۹۸	۱-۴-۶. مقبولیت قانونی

فصل پنجم:

۱۰۱	خلاصه و نتیجه گیری
۱۰۵	فهرست منابع و مراجع
۱۰۷	واژه نامه

پیشگفتار مؤسسه

محاسبات اکچوئریال اصلی‌ترین ابزار سنجش میزان پایداری صندوق‌های بازنشستگی به‌شمار می‌رود، که با ارزیابی شرایط مقطعی آنها و با استفاده از کلان روندهایی چون تحولات جمعیتی، فاکتورهای کلیدی بازار کار، تغییرات سطح عمومی قیمت‌ها، فضای کسب‌وکار و سرمایه‌گذاری، قادر به ارائه پیشنهاد بازنگری و تعدیل متغیرهای کلیدی همچون نرخ حق بیمه‌ها، سن بازنشستگی، مبنای محاسبه مستمری پایه بازنشستگان، نرخ تعلق و غیره، به منظور تامین شرط پایداری -یا کاهش ناپایداری- مالی، هستند. به عبارتی، صندوق‌های بازنشستگی بدون برخورداری از این ابزار امکان دستیابی به تصویری روشن از وضعیت فعلی و آتی خود در سناریوهای مختلف ادامه روندها و یا تغییر آنها را نخواهند داشت.

در این بین، انتخاب روش/روش‌های مناسب محاسبات اکچوئریال، بسته به اینکه صندوق‌های بازنشستگی از چه مکانیزمی برای تامین مالی خود استفاده می‌کنند (مزایای معین، حق بیمه معین و یا ترکیبی از این دو)، از اهمیت بسیاری برخوردار است؛ که در مواردی ممکن است حتی درک ما را نسبت به نتایج به‌دست آمده و احتمالاً اتخاذ سیاست‌های اصلاحی و یا بازنگرانه در صندوق‌ها تغییر دهند. کتاب حاضر با هدف ارائه کلیاتی از انواع روش‌های این محاسبات در صندوق‌های بازنشستگی، با تاکید بر صندوق‌های مبتنی بر مزایای معین، همراه با ارائه فرمول‌های اکچوئریال و مثال‌های کاربردی برای درک راحت‌تر مطالب توسط عموم خوانندگان تهیه شده

است. از این‌رو، می‌توان کتاب پیش‌رو را نوشتاری کاربردی و قابل فهم دانست که به گسترش دانش اکچوئریال در بین تمامی فعالان حوزه صندوق‌های بازنشستگی در ایران کمک می‌رساند.

مقدمه

با وجود تاریخچه نسبتاً طولانی محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی کشور، منابع فارسی در مورد آن بسیار کم و اغلب محدود به یک روش است. همچنین بیشتر تمرکز در گزارش‌های اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی موجود در کشور، بر مفروضات مورد استفاده در گزارش بوده است، درحالی‌که در عمل روش مورد استفاده در گزارش‌ها و همچنین محاسبه پارامترهای مختلفی همچون میزان تعهدات اکچوئری (AL)^۱، تعهدات اکچوئری تأمین مالی نشده (UAL)^۲، هزینه‌های محقق شده هر سال صندوق (NC)^۳، سود و زیان اکچوئریال صندوق^۴ و تعهدات هزینه‌های اضافی صندوق^۵ از اهمیت بیشتری در گزارش‌های اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی برخوردارند. این کتاب سه هدف عمده را دنبال می‌کند، هدف اول آشنایی خوانندگان با مفاهیم پایه‌ای در ادبیات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی و هدف دوم، معرفی انواع روش‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی است، به‌طوری‌که خوانندگان بتوانند درک صحیحی از مفاهیم و نتایج در گزارش‌ها و همچنین انواع روش‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی

1- Actuarial liability

2- Unfunded actuarial liability

3- Normal cost

4- Actuarial gain and loss

5- Supplemental cost liability

به‌دست آورند. با توجه به این‌که این کتاب طیف وسیعی از خوانندگان را در بر می‌گیرد، سعی شده است، ابتدا منطق هر روش به ساده‌ترین شکل بیان شود، سپس با ارائه فرمول‌های اکچوئریال و مثال‌هایی کاربردی هر روش بیشتر توضیح داده شود. از این‌رو خوانندگانی که هدف آنها آشنایی کلی با انواع روش‌های محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی است، می‌توانند از بخش فرمول‌های محاسبات و مثال‌ها صرف‌نظر کنند. با این حال، جهت آن دسته از خوانندگانی که فاقد دانش قبلی اما علاقمند به آشنایی با فرمول‌های روش‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی هستند، در بخش ابتدایی این کتاب، بعضی از نشانه‌گذاری‌ها و فرمول‌های پایه‌ای اکچوئریال مورد نیاز برای فهم روش‌ها، معرفی شده است.

از اهداف مهم دیگر این کتاب در کنار معرفی مفاهیم و انواع روش‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی، آشنا کردن خوانندگان با معیارهای انتخاب روش مناسب جهت محاسبات اکچوئریال است. لازم به ذکر است انتخاب روش مناسب، مستلزم تحصیل در رشته‌های اکچوئریال و سابقه عملی و کاری در این حوزه می‌باشد و خوانندگان تنها می‌توانند از این بخش به‌عنوان آشنایی کلی و مختصر با معیارهای انتخاب روش اکچوئریال استفاده کنند.

از آنجایی‌که ممکن است بعضی از خوانندگان این کتاب، دانشجویان و فارغ‌التحصیلان حوزه اکچوئریال - با نیاز به منابع بیشتر و تخصصی‌تر - باشند، سعی شده است در هر بخش منابع تکمیلی و تخصصی‌تر جهت خوانندگان علاقمند ارائه شود. باین‌حال مخاطبان این کتاب می‌توانند شامل طیف وسیعی از خوانندگان از جمله مدیران یا حساب‌رسان صندوق‌های بازنشستگی و همچنین کارشناسان درگیر در حوزه مدیریت و برنامه‌ریزی صندوق‌های بازنشستگی باشند.

یکی از شاخص‌ترین مشکلات در تهیه و تدوین این کتاب، معادل‌یابی اصطلاحات انگلیسی در زبان فارسی بود. این امر به دلیل بکر بودن این حوزه در ایران، بیشتر بر مبنای تجربه عملی محققین صورت گرفته است. از این رو، در پاورقی کتاب معادل انگلیسی اصطلاحات به کاررفته بیان شده است، تا ضمن آشنایی با اصطلاحات انگلیسی، از برداشت‌های گوناگون نسبت به اصطلاحات فارسی جلوگیری شود.

این کتاب شامل چهار فصل اصلی است: فصل اول به معرفی پیش‌نیازها و بخشی از فرمول‌های مورد نیاز جهت فهم روش‌های اکچوئریال مورد استفاده پرداخته است. در فصل دوم به مبانی و اصول کلی مشترک در همه روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی پرداخته شده است. در فصل سوم به عنوان هسته اصلی این کتاب، ۸ روش رایج در ادبیات اکچوئریال با مثال‌های مختلفی معرفی می‌شود و فصل چهارم، به مقایسه انواع روش‌های مختلف و معیارهای انتخاب روش مناسب جهت محاسبه تعهدات اکچوئریال می‌پردازد.

در پایان لازم است از مؤسسه راهبردهای بازنشستگی صبا و به‌ویژه مدیرعامل محترم آن جناب آقای دکتر میکائیل عظیمی که امکان انتشار این کتاب را برای نویسندگان فراهم آوردند، تشکر و قدردانی نمایم. همچنین خوانندگان محترم می‌توانند هرگونه پیشنهاد و نقطه‌نظری جهت بهبود محتوای این کتاب را به نشانی پست الکترونیک Ehsanrj@gmail.com ارسال کنند.

فصل اول:

مفاهیم و فرمول‌های پایه‌ای اکچوئریال

در این فصل ابتدا به معرفی مختصر انواع روش‌های تأمین مالی و هدف از محاسبات اکچوئریال پرداخته می‌شود. سپس در ادامه، بعضی از فرمول‌های پایه‌ای در ادبیات اکچوئریال و نمادهایی که در فصل‌های بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد، معرفی می‌شود.

۱-۱. انواع روش‌های تأمین مالی صندوق‌های بازنشستگی

با توجه به این که روش‌های محاسبات اکچوئریال بر اساس انواع روش‌های تأمین مالی در آنها متفاوت است، شناخت کلی از انواع روش‌های تأمین مالی در نظام‌های بازنشستگی جهت محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی از اهمیت خاصی برخوردار است؛ در ادامه سه روش عمده تأمین مالی در صندوق‌های بازنشستگی معرفی می‌شود.

۱-۱-۱. نظام تأمین مالی مزایای معین^۱

در این نظام تأمین مالی، حق بیمه پرداختی توسط افراد فعال صندوق، صرف پرداخت حقوق بازنشستگان دوره قبل می‌شود. به‌طور معمول نظام‌های تأمین مالی مزایای معین به دو گونه مزایای متناسب با دوران اشتغال^۲ و مزایای ثابت^۳ تقسیم می‌شوند

1- Defined benefit system

2- Flat benefit

3- Fixed benefit

(اتکین، ۱۹۹۴، ۳). در نظام‌های تأمین مالی مزایای معین متناسب با دوران اشتغال مبنای مستمری بازنشستگی میانگین دریافتی‌های شاغلین در سال‌های آخر خدمت و یا طول دوره خدمت است، که این مزایا با اعمال ضرایب یا فرمول خاصی مستمری بازنشستگی محاسبه می‌شود. به‌طور کلی در نظام تأمین مالی مزایای معین متناسب با دوره اشتغال میزان مستمری سالانه برابر می‌شود با (دیکسون و دیگران، ۲۰۰۹: ۳۰۷):

$$n \times S_{Fin} \times \alpha$$

که در آن n تعداد سال‌های اشتغال، S_{Fin} میانگین دستمزد در سال‌های آخر خدمت و α نرخ تعلق^۱ است. به‌عنوان مثال، بر اساس قانون بازنشستگی کشور مبنای مستمری بازنشستگی، میانگین دستمزد و مزایای دو سال قبل بازنشستگی است. همچنین به‌طور معمول در صندوق‌های بازنشستگی کشور نرخ تعلق ۰.۰۳۳ می‌باشد.

در نظام‌های تأمین مالی مزایای ثابت، به ازای هر سال اشتغال فرد مزایای ثابتی صرف‌نظر از دستمزد دوران اشتغال پرداخت می‌شود. بر اساس این روش فرد به ازای هر سال اشتغال مبلغ ثابتی در زمان بازنشستگی دریافت می‌کند؛ از آنجایی که در این نظام تأمین مالی، پرداخت مزایا تابعی از دستمزد افراد در دوران اشتغال نیست و همچنین میزان مزایای پرداختی متناسب با تورم افزایش نمی‌یابد، این روش در عمل به‌ندرت مورد استفاده قرار می‌گیرد.

۱-۲. نظام تأمین مالی حق بیمه معین^۲

در این نظام تأمین مالی، ذخائر و دارایی‌های زمان بازنشستگی برای هر فرد، با توجه به حق بیمه پرداختی فرد و سود حاصل از سرمایه‌گذاری‌های حق بیمه پرداختی در طول دوره خدمت محاسبه می‌شود، که در بسیاری از مواقع این ذخائر

1- Accrual rate

2- Defined contribution

هنگام بازنشستگی صرف خرید مستمری‌های مادام‌العمر می‌گردد.

۱-۳. نظام تأمین مالی ترکیبی^۱

این نظام تأمین مالی دارای ویژگی‌های نظام تأمین مالی مزایای معین و حق بیمه معین به‌طور هم‌زمان است. به‌عنوان مثال می‌توان از صندوق‌هایی نام برد که برای افراد جوان نظام تأمین مالی حق بیمه معین است، در حالی که در دوران نزدیک بازنشستگی، نظام تأمین مالی حق بیمه معین به مزایای معین تغییر می‌کند (بلیک، ۲۰۰۶: ۱۹۳).

به‌دلیل این که نظام تأمین مالی صندوق‌های بازنشستگی کشور از نوع مزایای معین است، در این کتاب تنها روش‌های محاسبات اکچوئریال در نظام‌های تأمین مالی مزایای معین معرفی می‌شود^۲. همچنین از آن جایی که محاسبات اکچوئریال در نظام تأمین مالی مزایای معین ثابت از پیچیدگی کمتری برخوردار است، در این کتاب فرض می‌کنیم که تمام مزایای بازنشستگی بر اساس نظام تأمین مالی مزایای ثابت پرداخت می‌شود.

۱-۲. انواع رویکردها در محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی

یکی از مهم‌ترین رویکردها در محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی نحوه برخورد با ورود اعضای جدید و تعهدات محقق شده در سال‌های گذشته و آینده اعضای فعلی صندوق بازنشستگی است. از این‌رو، در محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی از رویکردهای زیر جهت محاسبات اکچوئریال استفاده می‌شود (ولا و برون، ۲۰۱۸: ۱۶-۱۹):

1- Hybrid schemes

۲- علاقمندان جهت آشنایی با محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی با حق بیمه معین می‌توانند به کتاب Actuarial mathematics for contingent risks (دیکسون و دیگران، ۲۰۰۹) بخش هشتم مراجعه کنند.

رویکرد بسته بدون تعهدات آتی: در این رویکرد فرض می‌شود که تعهدات تنها شامل تعهدات صندوق به بازنشستگان فعلی و تعهدات محقق شده تا لحظه محاسبه برای بیمه‌شدگان فعال صندوق است. به عبارت دیگر در این رویکرد، تعهدات صندوق شامل تعهدات افراد جدید در سال‌های آتی و تعهدات محقق شده در زمان آینده برای بیمه‌شدگان فعلی صندوق نمی‌شود.

رویکرد بسته با تعهدات آتی: تنها تفاوت این رویکرد با رویکرد بسته بدون تعهدات آتی در محاسبه تعهدات آتی برای بیمه‌شدگان فعال صندوق است. به عبارت دیگر در این رویکرد فرض بر این است تعهدات، شامل تعهدات به بازنشستگان و همه تعهدات محقق شده از زمان ورود تا زمان بازنشستگی افراد می‌شود.

رویکرد باز: در این رویکرد فرض شده است تعهدات اکچوئریال شامل تعهدات به بازنشستگان فعلی، بیمه‌شدگان فعلی از زمان ورود تا بازنشستگی و همچنین افراد آتی صندوق می‌شود. به عبارت دیگر در این طبقه‌بندی، با توجه به عوامل جمعیتی و اقتصادی امکان ورود و خروج اعضای جدید پیش‌بینی می‌شود، سپس بر اساس این پیش‌بینی محاسبات اکچوئریال صورت می‌پذیرد.

تاکنون پژوهش‌های زیادی در مورد چگونگی محاسبات در صندوق‌های بازنشستگی بر اساس رویکردهای مختلف و مقایسه تعهدات بر اساس انواع رویکردها صورت گرفته است. به عنوان مثال بیلگ و منارد (۲۰۱۸) بر اساس فرض باز و بسته بودن صندوق بازنشستگی، ترازنامه اکچوئریال^۱ صندوق بازنشستگی کشور کانادا (CPP)^۲ را بر اساس هر دو رویکرد بسته و باز محاسبه کرده و نتایج هر دو رویکرد را با هم مورد مقایسه قرار داده‌اند. به عنوان مثالی دیگر دوران و دیگران (۲۰۱۸) به مقایسه نتایج محاسبات اکچوئریال بر اساس رویکردهای بسته و باز برای کشور

1- Actuarial balance sheet

2- Canada pension plan

کانادا، منطقه آمریکای لاتین، خاورمیانه و اروپای جنوبی پرداخته‌اند. در این کتاب روش‌های محاسبات اکچوئریال با فرض بسته بودن صندوق معرفی می‌شود.^۱

۱-۳. انواع هدف‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی

مزایای معین

به‌طور کلی محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی با اهداف متفاوتی صورت می‌گیرد. انجمن اکچوئریال آمریکا (۲۰۰۴: ۲)، دو هدف اصلی زیر را برای محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی بیان کرده است:

الف- بررسی پایداری صندوق بازنشستگی^۲: هدف از انجام این گونه محاسبات، پیش‌بینی درآمدها و هزینه‌های صندوق بازنشستگی به‌منظور بررسی پایداری صندوق و ارائه پیشنهاداتی جهت پایداری صندوق در آینده است. به‌طور معمول این پیشنهادات شامل تعیین حق بیمه مناسب، تغییر مزایای بازنشستگی و تغییر سن بازنشستگی می‌شود. هنگامی که هدف بررسی پایداری و تعیین حق بیمه مناسب برای صندوق بازنشستگی باشد، فرض می‌شود که صندوق بازنشستگی از نوع باز است (بلینگ و دیگران، ۲۰۱۸: ۸).

ب- اهداف حسابداری: هدف از انجام این گونه محاسبات اکچوئریال، بررسی تعهدات اکچوئریال محقق شده در صندوق‌های بازنشستگی به‌منظور افشای آنها در صورت‌های مالی است. به‌طور معمول در اهداف حسابداری، محاسبات بر اساس استانداردهای حسابداری و فرض گروه بسته صورت می‌گیرد. به‌عنوان مثال، در ایران محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی بر اساس استاندارد ۲۷ حسابداری انجام می‌شود. میندیلین (۲۰۰۸) با توجه به محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی

۱- علاقمندان جهت آشنایی با روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های باز می‌توانند به کتاب Actuarial mathematics of social security pensions (لیر، ۲۰۰۹) مراجعه کنند.

بر اساس اهداف حسابداری، به بررسی نکات مثبت و منفی آن پرداخته است.

۱-۴. توابع پایه‌ای اکچوئریال

در این بخش بعضی از توابع پایه‌ای در علوم اکچوئریال همراه با نمادهای مرتبط معرفی می‌شود. در فصل‌های بعدی فرض بر این است که خواننده با این نمادها آشناست. در منابع مختلف اکچوئریال امکان دارد نمادهای مختلفی مورد استفاده قرار گرفته باشد. در اینجا سعی شده است از نمادهای استاندارد و معمول استفاده شود.

۱-۴-۱. تابع بقا^۱

یکی از مهم‌ترین مفاهیم پایه‌ای در محاسبات اکچوئریال بیمه‌های زندگی^۲ و صندوق‌های بازنشستگی تابع بقا است، که در این بخش به اختصار توضیح داده خواهد شد. اگر سن فرد، با متغیر x و زمان فوت این فرد با متغیر T_x نشان داده شود، متغیر تصادفی $x+T_x$ نشان‌دهنده طول عمر فرد خواهد بود. اگر تابع توزیع T_x ، با F_x نشان داده شود، آن‌گاه:

$$F_x(t) = \Pr[T_x \leq t]$$

که در آن $F_x(t)$ تابع طول عمر یا مدت زندگی است. در بسیاری از مسائل مربوط به محاسبات اکچوئریال به جای تابع مدت زندگی^۳، تابع بقا مورد استفاده قرار می‌گیرد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S_x(t) = 1 - F_x(t) = \Pr[T_x > t]$$

در صورتی که بخواهیم احتمال این که یک فرد x ساله تا سن $x+t$ زنده بماند را بر

۱- خوانندگان علاقمند جهت آشنایی کامل با توابع بقا و کاربرد آنها در دانش اکچوئریال می‌توانند به کتاب Actuarial mathematics for contingent risks (دیکسون و دیگران، ۲۰۰۹) بخش دوم مراجعه کنند.

2- Life insurance

3- Lifetime distribution

اساس تابع بقاء محاسبه کنیم، آن‌گاه:

$$P\{X > x+t \mid X > x\} = \frac{P\{X > x+t \cap X > x\}}{P\{X > x\}} = \frac{P\{X > x+t\}}{P\{X > x\}} = \frac{S(x+t)}{S(x)}$$

بر اساس رابطه فوق، احتمال بقاء فرد x ساله در t سال بعد برابر می‌شود با:

$$P\{T(x) > t\} = P\{(x) \text{ survives to age } x+t \mid (x) \text{ survives to age } x\} = \frac{S(x+t)}{S(x)}$$

رابطه بالا یکی از پایه‌ای‌ترین روابط در ادبیات اکچوئریال بیمه‌های زندگی و بازنشستگی است، که با توجه به اهمیت آن در محاسبات اکچوئریال از نمادهای زیر برای نمایش حالت‌های مختلف آن استفاده می‌شود:

$${}_t p_x = \Pr[T_x > t] = S_x(t)$$

که ${}_t p_x$ احتمال زنده بودن فرد x ساله را تا t سال بعد؛

$${}_t q_x = \Pr[T_x \leq t] = 1 - S_x(t) = F_x(t)$$

و ${}_t q_x$ احتمال فوت فرد x ساله را تا t سال بعد بیان می‌کند.

به‌طور معمول هر یک از احتمال‌های بالا با استفاده از جدول مرگ‌ومیر محاسبه می‌شود. هر جدول مرگ‌ومیر از دو ستون اصلی سن (x) و تعداد افراد زنده در آن سن (l_x) تشکیل شده و احتمال زنده ماندن فرد x ساله تا t سال آتی بر اساس جدول عمر برابر است با:

$${}_t p_x = \frac{S(x+t)}{S(x)} = \frac{l_{x+t} / l_0}{l_x / l_0} = \frac{l_{x+t}}{l_x} \quad 1-1-4-1$$

با توجه به این‌که در صندوق‌های بازنشستگی عوامل دیگری به‌غیر از فوت، همچون از کارافتادگی، بازنشستگی و غیره، باعث خروج افراد از صندوق بازنشستگی می‌شوند، نیاز به جدول کامل‌تری از جدول مرگ‌ومیر پایه داریم، که به آن «جدول تغییر وضعیت»^۱ گفته می‌شود. جدول تغییر وضعیت، شامل ستون‌های اضافی از جمله

«تعداد افراد غیرفعال»، «تعداد افراد از کارافتاده»^۲، «تعداد افراد بازنشسته»^۳ بوده و ارتباط زیر بین سطرهای هر جدول تبدیل وضعیت برقرار است (دیکسون و دیگران، ۲۰۰۹: ۲۹۹):

$$l_x^{(T)} = l_{x-1}^T - w_{x-1} - d_{x-1} - r_{x-1} - m_{x-1} \quad ۲-۱-۴-۱$$

w تعداد افراد غیرفعال، d تعداد افراد از کارافتاده، r تعداد افراد بازنشسته و m تعداد افراد فوت شده را نشان می‌دهد. با استفاده از رابطه ۱-۱-۴-۱ و ۲-۱-۴-۱ می‌توان به سادگی احتمال باقی ماندن و خروج از صندوق بازنشستگی را برای علل مختلف محاسبه کرد.

در ادبیات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی، از نشانه‌گذاری‌های $q_x^{(m)}$ و $p_x^{(m)}$ برای محاسبه احتمال زنده بودن و فوت، $q_x^{(w)}$ و $p_x^{(w)}$ برای محاسبه احتمال فعال بودن و غیرفعال بودن، $q_x^{(r)}$ و $p_x^{(r)}$ برای محاسبه احتمال بازنشستگی و $q_x^{(d)}$ و $p_x^{(d)}$ برای احتمال از کارافتادگی، طی سال x تا $x+I$ استفاده می‌شود. بر اساس این نمادگذاری، احتمال بقا برای هر فرد بر اساس جدول تبدیل وضعیت برابر است با:

$$p_x^{(T)} = 1 - q_x^{(T)} = 1 - [q_x^{(m)} + q_x^{(w)} + q_x^{(d)} + q_x^{(r)}] \quad ۳-۱-۴-۱$$

که در آن $q_x^{(T)}$ ، احتمال خارج شدن از صندوق بازنشستگی است. در این کتاب جهت سادگی به جای $p_x^{(T)}$ و $q_x^{(T)}$ از p_x و q_x استفاده می‌شود.^۴ با داشتن جدول تبدیل وضعیت در صندوق‌های بازنشستگی و استفاده از رابطه ۱-۱-۴-۱ می‌توان به سادگی هر یک از مقادیر $p_x^{(T)}$ ، $q_x^{(T)}$ ، p_x و q_x را در هر سال محاسبه کرد. به عبارت دیگر هر یک از مقادیر $p_x^{(T)}$ و p_x از رابطه ۱-۱-۴-۱ قابل محاسبه است و با جایگذاری $p_x^{(T)}$ و p_x در رابطه بالا مقادیر q_x و $q_x^{(T)}$ نیز محاسبه می‌شود.

1- Withdrawn

2- Disability retirement

3- Age retirement

۴- لازم به ذکر است که تمامی این محاسبات برای یک فرد است، با این حال در محاسبه تعهدات صندوق‌های بازنشستگی نیاز به محاسبه احتمال بقا برای تمام اعضای خانواده یک فرد به صورت هم‌زمان وجود دارد. در این کتاب جهت جلوگیری از پیچیده شدن محاسبات، تمام فرمول‌ها برای یک فرد بیان می‌شود. علاقمندان جهت آشنایی با نحوه محاسبات احتمال‌های توأم می‌توانند به کتاب Actuarial mathematics for contingent risks (دیکسون و دیگران، ۲۰۰۹) بخش هشتم مراجعه کنند.

۱-۴-۲. نرخ تنزیل

از آنجایی که مبنای محاسبات اکچوئریال بر اساس دریافت‌ها و پرداخت‌های آتی است، یکی از موارد مهم دیگر در ادبیات اکچوئریال ارزش فعلی و آتی دستمزد و یا مستمری می‌باشد. در ادبیات اکچوئریال ارزش فعلی دستمزد و یا مستمری با استفاده از نرخ تنزیل محاسبه می‌شود. همچنین به‌طور معمول ارزش فعلی پرداخت‌های آینده و یا ارزش آتی پرداخت‌های زمان حال، تابعی از نرخ بازده سرمایه‌گذاری یا نرخ بهره است.^۱ به دلیل اختلاف قابل توجه بین زمان محاسبات و زمان پرداخت واقعی در صندوق‌های بازنشستگی، محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی دارای حساسیت زیادی نسبت به نرخ بهره و تنزیل می‌باشد.^۲

به‌طور ساده روش محاسبه ارزش آتی به این صورت است که اگر مقدار P_0 با نرخ بهره i سرمایه‌گذاری شود، مقدار تجمیعی آن بعد از t سال برابر است با:

$$A_t = P_0 \times (1+i)^t \quad ۱-۴-۲-۱$$

همچنین ارزش فعلی مقدار P_t در t سال بعد برابر می‌شود با:

$$A_0 = P_t \times \frac{1}{(1+i)^t} \quad ۱-۴-۲-۲$$

که در رابطه بالا A_0 ارزش فعلی و $\frac{1}{(1+i)}$ نرخ تنزیل نامیده و با v نشان داده می‌شود.

۱-۴-۳. تابع دستمزد

در اکثر صندوق‌های بازنشستگی، میزان مستمری و حق بیمه تابعی از دستمزد افراد بوده و به همین دلیل یکی از موارد مهم در محاسبات اکچوئریال، پیش‌بینی دستمزد

۱- به‌طور معمول در صندوق‌های دارای مازاد از نرخ بازده سرمایه‌گذاری‌ها و در صندوق‌های دارای کسری از نرخ بهره یا استقراض وام جهت محاسبه ارزش فعلی پرداخت‌ها استفاده می‌شود.
۲- در گزارش‌های واقعی اکچوئریال، نرخ بهره بر اساس تابعی از نرخ تورم، نرخ بهره بدون ریسک، نرخ بازده سرمایه‌گذاری‌ها در بازار سهام و اوراق بهادار، نرخ رشد اقتصادی و غیره محاسبه می‌شوند که ضمن صرف‌نظر کردن از عوامل ذکر شده، جهت جلوگیری از پیچیده شدن محاسبات، فرض می‌شود نرخ بهره از قبل مشخص است.

آینده افراد است. به‌طور کلی نرخ افزایش دستمزد افراد در سال‌های آتی، تابعی از افزایش میانگین دستمزد به‌منظور جبران آثار ناشی از افزایش نرخ تورم و هزینه‌های زندگی است. دیگر عامل مهم تأثیرگذار در افزایش دستمزد، افزایش سابقه کاری و مهارت افراد بوده و پیش‌بینی دستمزد در سال‌های آتی با استفاده از نرخ افزایش سالانه دستمزدها و افزایش مهارت افراد است.^۱

۱-۴-۴. مستمری‌ها

در ادبیات اکچوئریال منظور از مستمری، مبالغی است که در فاصله‌های زمانی منظم پرداخت می‌شود. بر این اساس می‌توان با استفاده از نرخ تنزیل، ارزش فعلی مستمری‌ها را محاسبه کرد. به‌طور معمول، پرداخت مستمری‌ها یا در ابتدای ماه^۲ و یا در انتهای ماه^۳ صورت می‌گیرد. با توجه به اهمیت مستمری‌ها در ادبیات اکچوئریال برای حالت‌های مختلف مستمری شامل تعداد پرداخت‌ها، پرداخت‌های قطعی و یا وابسته بودن پرداخت‌ها به زمان مرگ از نمادهای مختلفی استفاده می‌شود. برای نمادگذاری ارزش فعلی مستمری‌های پرداختی در پایان ماه، نماد a و نشانه‌گذاری ارزش فعلی مستمری در ابتدای ماه، نماد \ddot{a} مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای نشان دادن ارزش فعلی مستمری‌های مادام‌العمر از نمادهای a_x و یا \ddot{a}_x استفاده می‌کنند که در آن x ، سن شروع مستمری فرد را نشان می‌دهد. برای مستمری‌های به شرط حیات که از سن x در ابتدای هر سال به مدت n سال قابل پرداخت است از نماد $a_{x:\overline{n}|}$ و در صورتی که این مستمری در آخر هر سال پرداخت شود، از نماد $a_{x:\overline{n}|}$ استفاده می‌شود. همچنین برای مستمری‌هایی که برای دوره زمانی معین

۱- لازم به ذکر است در گزارش‌های واقعی اکچوئریال، افزایش دستمزد تابعی از عواملی همچون نرخ بهره‌وری، نرخ تورم، جنسیت، نرخ مشارکت نیروی کار، عرضه و تقاضای نیروی کار و غیره برآورد می‌شود که در این کتاب به جهت پیچیده شدن محاسبات از عوامل ذکر شده صرف‌نظر می‌شود.

2- Annuities-due

3- Annuities-immediate

بدون هیچ شرطی در ابتدای هر سال قابل پرداخت است از نماد $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ و در صورتی که در پایان هر سال پرداخت شود از نماد $a_{\overline{n}|}$ استفاده می‌شود. و در نهایت برای ارزش فعلی مستمری‌هایی که پرداختی آنها از u سال بعد شروع می‌شود، نماد $u|$ در سمت چپ نمادها مورد استفاده قرار می‌گیرد. به‌طور مثال، برای محاسبه ارزش فعلی مستمری مادام‌العمری که با تأخیر u ساله (دوره معوق u ساله) شروع می‌شود از نماد $u|\ddot{a}_x$ استفاده می‌شود. بعضی از رابطه‌های مهم در پرداخت مستمری‌ها که در این کتاب مورد استفاده قرار گرفته‌اند، برای مستمری به‌ازای پرداخت ۱ واحد به‌شرح زیر است:^۱

$$\begin{aligned}\ddot{a}_{\overline{n}|} &= 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1} \\ a_{\overline{n}|} &= 1 + v + v^2 + \dots + v^n \\ \ddot{a}_x &= 1 + v p_x + v^2 {}_2p_x + v^3 {}_3p_x + \dots + \dots \\ a_x &= v p_x + v^2 {}_2p_x + v^3 {}_3p_x + \dots + \dots \\ \ddot{a}_{x:\overline{n}|} &= 1 + v p_x + v^2 {}_2p_x + v^3 {}_3p_x + \dots + v^{n-1} {}_{n-1}p_x \\ a_{x:\overline{n}|} &= v p_x + v^2 {}_2p_x + v^3 {}_3p_x + \dots + v^n {}_n p_x \\ u|\ddot{a}_x &= v^u {}_u p_x + v^{u+1} {}_{u+1}p_x + v^{u+2} {}_{u+2}p_x + \dots\end{aligned}$$

در رابطه‌های بالا v نرخ تنزیل و p_x احتمال زنده بودن فرد می‌باشد. حال فرض کنید که فرد x ساله مقدار ۱ واحد را در پایان سال n ام در صورت زنده ماندن دریافت می‌کند و در صورت فوت قبل از سال n ام مبلغی دریافت نمی‌کند؛

۱- در اینجا فرض می‌شود که نرخ بهره و پرداخت‌ها در یک سال است، در صورتی که پرداخت‌ها بیشتر از یک بار در سال باشد و نرخ بهره به‌صورت سالانه تعلق بگیرد، همانند آنچه که در صندوق‌های بازنشستگی کشور رخ می‌دهد نیاز به محاسبات پیچیده‌تری خواهد بود، که در این کتاب جهت جلوگیری از پیچیده شدن محاسبات از آنها صرف‌نظر می‌شود.

ارزش فعلی این قرارداد برابر می‌شود با:

$$1 \times v^n \times {}_n p_x$$

در رابطه فوق v نرخ تنزیل و ${}_n p_x$ احتمال زنده ماندن فرد x ساله را تا سال n بیان می‌کند. اگر $v^n \times {}_n p_x$ با ${}_n E_x$ و $v^x l_x$ با D_x نشان داده شود، آن‌گاه خواهیم داشت:

$${}_n E_x = v^n {}_n p_x = v^n \frac{l_{x+n}}{l_x} = \frac{v^{x+n} l_{x+n}}{v^x l_x} = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

مجموع D_x را می‌توان با N_x نشان داد، پس داریم:

$$N_x = \sum_{u=x}^{\infty} D_x$$

مقادیر D_x و N_x دو نماد مهم مورد استفاده در ادبیات اکچوئریال هستند که در فصل‌های بعدی به دفعات مورد استفاده قرار می‌گیرند.

حال ارزش فعلی مستمری مادام‌العمر پرداختی در ابتدای هر سال (\ddot{a}_x) را می‌توان برحسب D_x به شکل زیر بیان کرد:

$$\begin{aligned} \ddot{a}_x &= 1 + v^1 p_x + v^2 {}_2 p_x + v^3 {}_3 p_x + \dots + v^n {}_n p_x + \dots \\ &= 1 + {}_1 E_x + {}_2 E_x + {}_3 E_x + \dots + {}_n E_x + \dots \\ &= \frac{D_x}{D_x} + \frac{D_{x+1}}{D_x} + \frac{D_{x+2}}{D_x} + \frac{D_{x+3}}{D_x} + \dots + \frac{D_{x+n}}{D_x} + \dots \\ &= \frac{\sum_{u=x}^{\infty} D_x}{D_x} = \frac{N_x}{D_x} \end{aligned}$$

فصل دوم:

مبانی روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی

جهت آشنایی خوانندگان با انواع روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی، آشنایی با انواع اصطلاحات و اصول کلی آن الزامی است. از این‌رو، در این فصل به مبانی روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی می‌پردازیم. بر این اساس در بخش ابتدایی این فصل اصطلاحات رایج در ادبیات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی معرفی می‌شود تا خواننده بتواند با مطالعه این بخش، معانی اصطلاحات به‌کاررفته را بهتر درک کند. به جهت جلوگیری از بدفهمی و برداشت‌های گوناگون کلیه مفاهیم معرفی شده در این بخش منطبق بر استاندارد شماره ۴ اکچوئری^۱ است. سپس در بخش دوم این فصل اصول کلی همه روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی توضیح داده خواهد شد.

۲-۱. اصطلاحات روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی

ارزش فعلی مزایای آتی ($PVPB$)^۲: یکی از مفاهیم پایه در ادبیات اکچوئریال ارزش فعلی مزایای بازنشستگی، از کارافتادگی و فوت است. این مزایا شامل دو بخش، مزایایی که تاکنون رخ داده و مزایایی که در آینده رخ می‌دهد؛ می‌شود. در ادبیات اکچوئریال برای پیش‌بینی هزینه‌های صندوق بازنشستگی و تعهدات آتی از ارزش فعلی مزایای آتی استفاده می‌شود. لازم به ذکر است که ارزش فعلی مزایای آتی به روش ارزیابی بستگی ندارد. در این کتاب جهت سادگی تنها مزایای بازنشستگی

1- Actuarial standard board NO.4

2- Present value of projected benefit

مورد استفاده قرار می‌گیرد و از سایر مزایای پرداختی همچون از کارافتادگی و فوت، صرف نظر می‌شود.

ارزش فعلی مزایای بازنشستگی برای فردی با سن x که در سن y بازنشسته می‌شود، با استفاده از فرمول زیر قابل محاسبه است:

$$PVPB_x = B(y) {}_{y-x}p_x v^{y-x} \ddot{a}_y \quad (x \leq y) \quad 1-1-2$$

که در آن $B(y)$ برابر با مزایایی است که در زمان بازنشستگی به صورت سالانه پرداخت می‌شود و \ddot{a}_y ارزش فعلی این را تا زمان فوت محاسبه می‌کند. همچنین مزایای محقق شده بعد از سن بازنشستگی ($x > y$) از طریق فرمول زیر قابل محاسبه است:

$$PVPB_x = B(x) \ddot{a}_x \quad 2-1-2$$

که به طور معمول در آن، $B(x) = B(y)$ می‌باشد.

مزایای محقق شده هر سال $(NC)^1$: آن بخش از ارزش فعلی مزایای آتی ($PVPB$) است که در هر سال (۱۲ ماه) رخ می‌دهد و با استفاده از روش‌های ارزیابی اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است در برخی از روش‌های ارزیابی اکچوئریال، مزایای محقق شده هر سال تابعی از دارایی‌های صندوق می‌باشد.

تعهدات اکچوئریال محقق شده $(AL)^2$: آن بخش از ارزش فعلی مزایای آتی ($PVPB$) است که مزایای محقق شده هر سال (NC) در سال‌های آتی را در نظر نمی‌گیرد و با استفاده از روش‌های ارزیابی اکچوئریال محاسبه می‌شود. گفتنی است در برخی از روش‌های ارزیابی اکچوئریال، تعهدات اکچوئریال محقق شده تابعی از دارایی‌های صندوق می‌باشد.

روش هزینه‌یابی اکچوئریال^۳: به روش اختصاص ارزش فعلی مزایای آتی به

1- Normal cost

2- Actuarial accrued liability

3- Actuarial cost method

دوره‌های زمانی گفته می‌شود که به‌طور معمول از مزایای محقق شده هر سال (NC) و تعهدات اکچوئریال محقق شده (AL) صورت می‌گیرد.

روش تصفیه تقسیمی بدهی^۱: روشی است که با استفاده از روش اختصاص حق بیمه تعیین شده اکچوئریال، روش اختصاص هزینه، مقدار و زمان تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده برای هر سال محاسبه می‌شود.

میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال^۲: میزان حق بیمه اکچوئریال بالقوه افراد و حامیان مالی صندوق که با استفاده از روش اختصاص میزان حق بیمه توسط اکچوئر محاسبه می‌شود. لازم به ذکر است که این مقدار بالقوه لزوماً با مقدار واقعی میزان حق بیمه افراد برابر نیست.

روش اختصاص میزان حق بیمه^۳: روشی که با استفاده از روش ارزیابی اکچوئریال، روش تصفیه تقسیمی بدهی، میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال محاسبه می‌شود. به‌طور معمول این مقدار از مجموع مزایای محقق شده هر سال و تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده قابل محاسبه است. همچنین این مقدار می‌تواند دامنه‌ای از حداقل و حداکثر دستمزد را شامل شود.^۴

روش تخصیص هزینه^۵: روشی که در آن با استفاده از روش ارزیابی اکچوئریال و روش تصفیه تقسیمی بدهی هزینه‌های دوره‌ای صندوق محاسبه می‌شود.

ارزش‌گذاری اکچوئریال^۶: فرایند اندازه‌گیری هزینه‌های دوره‌ای صندوق یا میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال ارزش‌گذاری اکچوئریال نامیده می‌شود.

1- Amortization method

2- Actuarially determined contribution

3- Contribution allocation procedure

۴- در این کتاب برای جلوگیری از پیچیده شدن محاسبات، روش اختصاص مشارکت تنها از مجموع مزایای محقق شده هر سال و تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده می‌باشد.

5- Cost Allocation procedure

6- Actuarial valuation

۲-۲. انواع روش‌های محاسبه اکچوئریال

تعهدات اکچوئریال محقق شده در صندوق‌های بازنشستگی معمولاً به دو روش گذشته‌نگر و آینده‌نگر به شرح زیر محاسبه می‌شود.

روش گذشته‌نگر^۱: بر اساس روش گذشته‌نگر تعهدات اکچوئریال برای هر فرد برابر با مجموع مزایای محقق شده هر سال (NC) از زمان ورود فرد به صندوق بازنشستگی تا زمان محاسبه است، که مطابق با نرخ بهره سالانه افزایش می‌یابد و بر اساس عوامل تاثیرگذار در بازنشستگی همچون نرخ ازکارافتادگی، مرگ‌ومیر و غیره تعدیل می‌شود. در روش گذشته‌نگر به‌طور خلاصه تعهدات اکچوئریال محقق شده برابر با مجموع مزایای محقق شده هر سال (NC) برای سال‌های گذشته^۲ ($AVPNC$) است، بنابراین برای بیمه شده با سن X تعهدات اکچوئری در زمان t برابر است با:

$$AL_x = AVPNC_x = \sum_{t=w}^{x-1} NC_t (1+i)^{x-t} \frac{1}{x-t} p_t \quad ۱-۲-۲$$

روش آینده‌نگر^۳: بر اساس روش آینده‌نگر تعهدات اکچوئری برابر با تفاضل ارزش فعلی مزایای آتی و مزایای محقق شده هر سال (NC) برای سال‌های آتی^۴ است. بنابراین تعهدات اکچوئریال محقق شده بر اساس روش آینده‌نگر برابر است با:

$$AL_x = PVFB_x - PVFNC_x \quad ۲-۲-۲$$

که در آن، ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی ($PVFNC_x$) برابر می‌شود با:

$$PVFNC_x = \sum_{t=x}^{v-1} NC_{t-x} p_x v^{t-x} \quad ۳-۲-۲$$

-
- 1- Retrospectively cost method
 - 2- Accumulated value of past normal costs
 - 3- Prospectively cost method
 - 4- Present value of future normal costs

از نظر تئوری در تمامی دوران اشتغال افراد، دارایی‌های صندوق باید برابر با تعهدات اکچوئریال محقق شده (AL) باشد، اما در دنیای واقعی به دلیل تغییر در مفروضات مورد استفاده، تغییر مزایای پرداختی و یا تغییر قوانین جاری صندوق‌های بازنشستگی با کسری یا مازاد مواجه هستند (وینکلوس ۱۹۹۳: ۹۶). به طور کلی تفاضل بین دارایی‌های صندوق و تعهدات اکچوئریال محقق شده برابر با تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده^۱ (UAL) است؛ در صورتی که دارایی‌های صندوق را با F نشان دهیم، داریم:

$$UAL = AL - F \quad ۴-۲-۲$$

۳-۲. تعهدات هزینه اضافی^۲ (SL)

اگر تمام مفروضات اکچوئریال در دنیای واقعی محقق شوند، تعهدات اکچوئریال در هر دو روش گذشته‌نگر و آینده‌نگر با هم برابر خواهند بود. با این حال در برخی مواقع تفاوتی بین محاسبات در دو روش رخ می‌دهد. تعهدات هزینه اضافی (SL) به منظور برقراری تعادل و برابر کردن نتایج در هر دو روش از محاسبات به کار برده می‌شود. در چنین مواقعی تعهدات اکچوئریال محقق شده از دو بخش تعهدات مزایای محقق شده هر سال^۳ و تعهدات هزینه اضافی تشکیل می‌شود که در آن، تعهدات مزایای محقق شده هر سال (NC) برابر با مجموع مزایای محقق شده هر سال در سال‌های گذشته ($AVPNC$)^۴ است و هزینه تعهدات اضافی برابر با اختلاف تعهدات اکچوئریال محقق شده و تعهدات مزایای محقق شده در هر سال بیان می‌شود. بنابراین به طور خلاصه داریم:

$$SL = AL - AVPNC \quad ۱-۳-۲$$

1- Unfunded accrued liability

2- Supplemental cost liability

3- Normal cost liability

4- Accumulated value of all past normal costs

به‌طور کلی علل مختلفی باعث ایجاد تعهدات هزینه‌های اضافی می‌شوند. از مهم‌ترین آنها، منابع ایجاد هزینه تعهدات اضافی در صندوق‌های بازنشستگی، افزایش مزایا برای سال‌های قبلی خدمت فرد در زمان حال و یا وجود تعهدات قبلی در زمان شروع صندوق، تغییر مفروضات صندوق، تغییر روش محاسبات و تغییر سود و زیان اکچوئریال است (ایتکین، ۱۹۹۴: ۸۳). همچنین هزینه اضافی (SC) به‌صورت روش تصفیه تقسیمی تعهدات هزینه اضافی (SL) تعریف می‌شود، که تقسیت در آن به روش تصفیه تقسیمی بدهی است. بعد از محاسبه هزینه اضافی (SC) می‌توان هزینه سالانه صندوق را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$Annual\ Cost = NC + SC \quad 2-3-2$$

۲-۴. سود و زیان اکچوئریال

یکی از موارد مهم در گزارش‌های اکچوئریال، محاسبه سود و زیان اکچوئریال سالانه صندوق بازنشستگی است. معمولاً سود و زیان اکچوئریال از تفاضل میزان واقعی تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده ($actual\ UAL$) و میزان مورد انتظار تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده ($expected\ UAL$) محاسبه می‌شود (ایتکین ۱۹۹۴: ۱۵۸). به‌طور خلاصه مقدار سود و زیان اکچوئریال در سال t برابر است با:

$$Gain_t = expected\ UAL_t - actual\ UAL_t \quad 2-4-1$$

که در آن مقدار مورد انتظار تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده (UAL) با استفاده از رابطه ۲-۲-۴ برابر است با:

$$expected\ UAL_t = (expected\ AL_t - expected\ F_t) \quad 2-4-2$$

و مقدار تعهدات و دارایی‌های مورد انتظار صندوق، برابر می‌شود با:

$$\text{expected } AL_t = [AL_{t-1} + NC_{t-1}](1+i) \quad ۳-۴-۲$$

$$\text{expected } F_t = F_{t-1}(1+i) + C_{t-1} \quad ۴-۴-۲$$

در روابط فوق، F دارایی‌های صندوق و C میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال است. میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال (C) نیز از مجموع مزایای محقق شده هر سال (NC) و میزان تقسیط شده تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده (UAL) که با استفاده از روش تصفیه تقسیتی بدهی قابل محاسبه است؛ تشکیل می‌شود. لازم به ذکر است که این امر در هر روش اکچوئریال با شیوه‌ای متفاوت صورت می‌گیرد و در فصل بعد چگونگی آن توضیح داده خواهد شد.

۲-۵. معادله تعادلی محاسبات اکچوئریال

به‌طور کلی شیوه کار در تمامی روش‌های محاسبات اکچوئریال به این شکل است که ارزش فعلی مزایای آتی ($PVPB$) را به‌صورت سالانه بین سال‌های ورود تا بازنشستگی تخصیص می‌دهد. به عبارت دیگر به‌ازای هر سال عضویت افراد در صندوق، بخشی از ارزش فعلی مزایای آتی رخ می‌دهد که اصول کلی تمامی روش‌های محاسبات اکچوئریال، به چگونگی تخصیص این مزایای محقق شده هر سال بین سال‌های ورود تا بازنشستگی فرد مرتبط است. آن بخش از ارزش فعلی مزایای آتی مربوط به گذشته، تعهدات اکچوئریال محقق شده نامیده می‌شود و مزایای مربوط به سال‌های آتی بر اساس ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال برای سال‌های آتی ($PVFNC$) قابل محاسبه است. به‌طور کلی ارتباط بین ارزش فعلی مزایای آتی، تعهدات اکچوئریال محقق شده و مزایای محقق شده هر سال برای سال‌های آتی معادله تعادلی محاسبات اکچوئریال نامیده می‌شود.

$$PVFB = AL + PVFNC \quad ۱-۵-۲$$

از آن جایی که تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برابر است با:

$$UAL = AL - F \quad ۲-۵-۲$$

معادله تعادلی برابر می‌شود با:

$$PVFB = F + UAL + PVFNC \quad ۳-۵-۲$$

که F در آن، میزان دارایی‌های صندوق است.

به‌طور خلاصه هر روش اکچوئریال با استفاده از معادله تعادلی، مقدار سود و زیان اکچوئریال، هزینه تعهدات اضافی و هزینه‌های سالانه صندوق را برای هر سال محاسبه می‌کند و نتایج را در قالب ترازنامه اکچوئریال^۱ صندوق بازنشستگی نشان می‌دهد.

فصل سوم:

انواع روش‌های محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی

در این فصل ۸ روش رایج در محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی معرفی می‌شود.^۱ در هر روش ابتدا منطق و سپس نحوه محاسبه مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده و سود و زیان اکچوئریال توضیح داده می‌شود. همچنین در کلیه روش‌های معرفی شده در این فصل مفروض است که ورود و خروج اعضای جدید به صندوق بازنشستگی امکان‌پذیر نیست، پرداخت‌های مستمری به‌صورت ماهانه در ابتدای هر ماه پرداخت و مزایا تنها شامل مزایای بازنشستگی می‌شود. در همه مثال‌های این فصل فرض می‌شود، فرد j در سن W_j وارد صندوق شده است؛ در سن Y_j بازنشسته می‌شود؛ مزایای $B(Y_j)$ را به‌صورت ماهانه تا لحظه فوت دریافت می‌کند و فاقد هرگونه افراد تبعی است. همچنین برای سنین قبل از بازنشستگی X_j ($X_j < Y_j$) مقدار مزایای محقق شده با $B(X_j)$ نمایش داده می‌شود و ارزش فعلی آن برابر است با:

$$B(x_j) a_{y_j} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \quad \dots^{(12)}$$

۳-۱. روش‌های انفرادی

روش‌های محاسبات اکچوئریال را بر اساس مزایای محقق شده هر سال می‌توان به دو گروه انفرادی و گروهی تقسیم‌بندی کرد. بر این اساس، در روش‌های انفرادی مزایای

۱- فرمول‌های اکچوئریال این بخش برگرفته از کتاب روش‌های هزینه‌یابی اکچوئریال (۱۹۹۹) نوشته فریموند و میر است.

محقق شده هر سال برای هر عضو به صورت مجزا محاسبه می‌شود، بر مبنای این تقسیم‌بندی روش‌های اعتبار واحد، سن ورود انفرادی و تراز حق بیمه جزء روش‌های انفرادی هستند که در ادامه این بخش هر یک از آنها توضیح داده خواهد شد.

۳-۱-۱. روش اعتبار واحد (Unit credit)

این روش یکی از رایج‌ترین روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی است که بر اساس مزایای محقق شده، تعهدات اکچوئریال را محاسبه می‌کند، در ادامه این کتاب روش اعتبار واحد با نماد UC نشان داده می‌شود. در این روش مزایای محقق شده هر سال به صورت انفرادی برای هر بیمه شده به صورت مجزا محاسبه و فرض می‌شود در صورت نبود تعهدات گذشته، میزان دارایی‌ها و ذخائر صندوق در هر لحظه برابر تعهدات رخ داده است. بنابراین در صورتی که دارایی‌های صندوق را در زمان t با F_t ، تعداد افراد صندوق را با A_t و سن بیمه شده را با X_j نشان دهیم، معادله زیر در هر زمان t برقرار است:

$$F_t = \sum_{A_t} B(x_j) \ddot{a}_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \quad ۳-۱-۱-۱$$

در رابطه بالا F_t میزان دارایی‌های طرح است، همچنین فرض می‌شود به میزان $B(y_j) \ddot{a}_{y_j}^{(12)}$ برای هر بیمه شده در زمان بازنشستگی ذخائر و دارایی وجود دارد.

در این روش مزایای محقق شده هر سال به صورت ارزش فعلی تعهدات اکچوئریال محقق شده در طول سال تعریف می‌شود. از این رو، در صورتی که ارزش فعلی

۱- از آن جایی که مزایای بازنشستگی متناسب با نرخ تورم افزایش می‌یابد، در دنیای واقعی از روش پیش‌بینی اعتبار واحد (Projected unit credit) که مزایا متناسب با تورم افزایش می‌یابد، استفاده می‌شود. با این حال به دلیل این که در این کتاب روش‌های اکچوئریال بر اساس نظام تأمین مالی مزایای ثابت بیان می‌شود، از توضیحات مربوط به این روش صرف نظر می‌گردد. اما مفاهیم و منطق محاسبات هر دو روش به جزء افزایش مزایا متناسب با تورم کاملاً یکسان است.

تعهدات اکچوئریال محقق شده در زمان t را با $PVAB_t$ و ارزش فعلی تعهدات اکچوئریال محقق شده در زمان $t+1$ را که در زمان t محاسبه شده با $PVAB_{t+1|t}$ نشان دهیم، مزایای محقق شده هر سال در این روش برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_t &= PVAB_{t+1|t} - PVAB_t \\ &= \sum_{A_j} (B(x_j + 1) - B(x_j)) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \\ &= \sum_{A_j} \Delta B^j a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \end{aligned} \quad 2-1-1-3$$

که در آن، ΔB^j میزان تغییر در تعهدات اکچوئریال محقق شده را در طول سال t نشان می‌دهد.

در این روش، تعهدات اکچوئریال محقق شده (AL) را می‌توان به صورت گذشته‌نگر، بر اساس ارزش فعلی همه مزایای محقق شده تا زمان (t) محاسبه کرد. از این رو تعهدات اکچوئریال محقق شده برابر می‌شود با:

$$AL_t = PVAB_t \quad 3-1-1-3$$

حال در صورتی که هر فرد عضو صندوق را با \bar{z} و سن آن را با x_j نشان دهیم، ارزش فعلی تعهدات اکچوئریال محقق شده برای فرد \bar{z} ام برابر می‌شود با:

$$PVAB_t^j = B(x_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \quad 4-1-1-3$$

همچنین تعهدات اکچوئریال محقق شده برای کل صندوق با مجموع تعهدات اکچوئریال محقق شده برای هر عضو صندوق برابر می‌شود؛ از این رو بر اساس روش گذشته‌نگر تعهدات اکچوئریال محقق شده برای صندوق برابر می‌شود با:

$$AL_t = PVAB_t = \sum_{A_j} B(x_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \quad 5-1-1-3$$

در این روش میزان تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده (UAL) در هر زمان t که میزان اختلاف دارایی‌های صندوق (F) با تعهدات اکچوئریال محقق شده (AL) را محاسبه می‌کند، برابر می‌شود با:

$$UAL_t = AL_t - F_t \quad ۶-۱-۱-۳$$

میزان دارایی‌های صندوق در سال $t+1$ به‌صورت میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال و دارایی‌های صندوق در سال t که بر اساس نرخ بهره مناسب افزایش می‌یابند، محاسبه می‌شود، پس به‌صورت جبری دارایی‌های صندوق در هر زمان بر اساس رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$F_{t+1} = (1+i_f)F_t + (1+i_e)C_t \quad ۷-۱-۱-۳$$

در رابطه بالا i_f نرخ بازدهی دارایی صندوق و i_e نرخ رشد حق بیمه تعیین شده اکچوئریال می‌باشد. همچنین C_t میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال است، که بر اساس این فرض که مزایای کافی در زمان بازنشستگی وجود دارد، محاسبه شده است.

در این روش میزان تعهدات ابتدایی با استفاده از روش تصفیه تقسیمی بدهی مناسب برای n سال تقسیم می‌شود. در صورتی که همه مفروضات مورد استفاده در محاسبات اکچوئریال محقق شود، میزان تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برابر با صفر است.

میزان سود و زیان اکچوئریال در این روش برابر با تفاضل مقدار واقعی تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده (UAL) و مقدار مورد انتظار تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده است. همچنین میزان مورد انتظار تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده در این روش برابر می‌شود با:

$$\text{expected } UAL_t = (NC_{t-1} + UAL_{t-1})(1+i) - C_{t-1}(1+i) \quad ۸-۱-۱-۳$$

در رابطه بالا i نرخ بهره و C_{t-1} میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال در ابتدای

سال است. بنابراین میزان سود و زیان اکچوئریال برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} Gain_t &= \text{expected } UAL_t - \text{actual } UAL_t \\ &= [(NC_{t-1} + UAL_{t-1})(1+i) - C_{t-1}(1+i)] - UAL_t \end{aligned} \quad 9-1-1-3$$

میزان محاسبه شده سود و زیان اکچوئریال از رابطه بالا با استفاده از روش تصفیه تقسیمی بدهی مناسب برای m سال تقسیم می‌شود. در صورت وجود شرایط ایده‌آل به‌طوری که تمام مفروضات اکچوئریال محقق و میزان دارایی‌ها و ذخائر صندوق برابر با تعهدات محقق شده باشد، هزینه دوره‌ای صندوق بازنشستگی برابر با مزایای محقق شده هر سال است. اما در دنیای واقعی، بسیاری از مفروضات اکچوئریال دارای اختلاف با مقادیر واقعی هستند. بنابراین جهت محاسبه هزینه دوره‌ای صندوق نیاز به محاسبه تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و مزایای محقق شده هر سال است که این مقادیر با استفاده از روش تصفیه تقسیمی بدهی مناسب برای دوره‌های زمانی تقسیم می‌شوند.

از این رو به‌طور خلاصه هزینه دوره‌ای صندوق در این روش برابر است با:

$$10-1-1-3$$

$$\begin{aligned} C_t &= NC_t + UAL_1 / \ddot{a}_{\overline{n}|} + \Delta UAL_2 / \ddot{a}_{\overline{n}|} + \dots \\ &\quad + \Delta UAL_t / \ddot{a}_{\overline{n}|} - Gain_1 / \ddot{a}_{\overline{n}|} - Gain_2 / \ddot{a}_{\overline{n}|} - \dots - Gain_t / \ddot{a}_{\overline{n}|} \end{aligned}$$

لازم به ذکر است در رابطه بالا مقدار تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده و سود و زیان اکچوئریال می‌تواند برابر با صفر باشد. همچنین $\ddot{a}_{\overline{n}|}$ و $\ddot{a}_{\overline{m}|}$ جهت تصفیه تقسیمی بدهی مقادیر تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده و سود و زیان اکچوئریال مورد استفاده قرار می‌گیرد.

مثال ۱-۱-۳. فرض کنید صندوق بازنشستگی متشکل از دو عضو ۲۴ و ۳۲ ساله -که عضو ۲۴ ساله دارای ۲ سال سابقه و عضو ۳۲ ساله دارای ۵ سال سابقه- است. بر اساس قانون این صندوق، افراد دارای ۳۰ سال سابقه می‌توانند از مزایای بازنشستگی معادل ۵۰۰ هزار ریال به ازای هر سال سابقه پرداخت کسورات که به‌صورت ماهانه تا زمان فوت پرداخت می‌شود؛ استفاده کنند. با توجه به شرایط سرمایه‌گذاری‌های صندوق، اکچوئر این صندوق فرض می‌کند که نرخ بهره و نرخ بازده دارایی‌ها ۱۲ درصد است، با این حال بر اساس شرایط اقتصادی و عملکرد واقعی صندوق نرخ بهره ۱۲ درصد و نرخ بازده سرمایه‌گذاری‌ها ۸ درصد می‌باشد؛ سایر مفروضات زیر برای این صندوق به شرح ذیل است:^۱

قبل از بازنشستگی هیچ‌گونه احتمال خروج از صندوق وجود ندارد، به عبارت دیگر احتمال مرگ و میر، از کارافتادگی، بیکاری و خروج از صندوق صفر می‌باشد. دارایی و ذخائر صندوق در زمان محاسبه ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال است. اعضای این صندوق فاقد هرگونه افراد تبعی هستند.

..(12)

$$a_{52} = 9.3$$

..(12)

$$a_{57} = 8.6$$

..

$$a_{30|} = 8.99$$

..

$$a_{5|} = 4.02$$

حال با توجه به مفروضات بالا مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق را با استفاده از روش اعتبار واحد محاسبه کنید.

پاسخ: ابتدا مزایای محقق شده هر سال (NC) را محاسبه می‌کنیم. با توجه به

۱- در کلیه مثال‌های این فصل ارقام به ریال می‌باشد.

این‌که مزایای محقق شده هر سال در روش uc برای هر عضو به صورت مجزا محاسبه می‌شود، ابتدا مزایای محقق شده هر سال برای عضو ۲۴ را محاسبه می‌کنیم. بر اساس شرایط بازنشستگی این صندوق، این بیمه شده در سن ۵۲ سالگی دارای ۳۰ سال سابقه و از مزایای بازنشستگی برخوردار می‌شود. از این‌رو مزایای محقق شده هر سال با استفاده از رابطه (۳-۱-۵) برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_1^1 &= a_{52}^{(12)} \frac{D_{52}}{D_{24}} [B(25) - B(24)] \\ &= a_{52}^{(12)} \times v^{28} \times 500,000 \times 12 \\ &= 9.3 \times 0.0418 \times 500,000 \times 12 \\ &= 2,336,305.138IRR \end{aligned}$$

در رابطه بالا $a_{52}^{(12)}$ نشان‌دهنده ارزش فعلی ۱ ریال مستمری در زمان بازنشستگی یعنی سن ۵۲ سالگی است. همچنین از آن جایی که قبل از بازنشستگی هیچ‌گونه احتمال خروجی از صندوق وجود ندارد، خواهیم داشت:

$$D_h / D_k = v^{h-k}$$

به همین ترتیب مزایای محقق شده هر سال برای بیمه شده ۳۲ ساله با استفاده از رابطه (۳-۱-۲) برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} NC_1^2 &= a_{57}^{(12)} \frac{D_{57}}{D_{32}} [B(33) - B(32)] \\ &= a_{57}^{(12)} \times v^{25} \times 500,000 \times 12 \\ &= 8.6 \times 0.0588 \times 500,000 \times 12 \\ &= 3,035,282.618IRR \end{aligned}$$

در رابطه بالا از آن جایی که بیمه شده ۳۲ ساله در سن ۵۷ سالگی بازنشسته می‌شود، از ارزش فعلی ۱ ریال مستمری در سن ۵۷ سالگی استفاده شده است. به دلیل این‌که در این روش مزایای محقق شده هر سال صندوق برابر با مجموع

مزایای محقق شده هر سال برای هر یک از اعضا است، مزایای محقق شده هر سال برای صندوق برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} NC_1 &= NC_1^1 + NC_1^2 \\ &= 2,336,305.138 + 3,035,282.618 \\ &= 5,371,587.756IRR \end{aligned}$$

با توجه به این که در روش اعتبار واحد تعهدات اکچوئریال محقق شده برای هر عضو به صورت مجزا محاسبه می‌شود، ابتدا تعهدات اکچوئریال محقق شده را برای بیمه شده ۲۴ ساله با استفاده از رابطه (۳-۱-۴) محاسبه می‌کنیم، پس داریم:

$$\begin{aligned} AL_1^1 &= PVAB_1^1 \\ &= a_{52}^{(12)} \frac{D_{52}}{D_{24}} B(24) \\ &= a_{52}^{(12)} \times v^{28} \times 2 \times 12 \times 500,000 = 4,672,610.276IRR \end{aligned}$$

به همین ترتیب تعهدات اکچوئریال محقق شده برای بیمه شده دوم با استفاده از رابطه (۳-۱-۴) برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} AL_1^2 &= PVAB_1^2 \\ &= a_{57}^{(12)} \frac{D_{57}}{D_{32}} \times B(32) \\ &= a_{57}^{(12)} \times v^{25} \times 5 \times 12 \times 500,000 = 15,170,400IRR \end{aligned}$$

با توجه به مقادیر بالا، می‌توان تعهدات اکچوئریال محقق شده صندوق را با استفاده از رابطه (۳-۱-۵) محاسبه کرد. پس داریم:

$$\begin{aligned} AL_1 &= AL_1^1 + AL_1^2 \\ &= 4,672,610.276 + 15,170,140 = 19,842,750.276IRR \end{aligned}$$

تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده مورد انتظار برای این صندوق با توجه به

این که ذخائر و دارایی‌های صندوق برابر با ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ است، با استفاده از رابطه (۳-۱-۶) برابر می‌شود با:

$$expectedUAL_1 = AL_1 - F_1 = 19,842,750.275 - (10,000,000 \times 1.12) = 8,642,750.275IRR$$

اکنون با توجه به این که بر اساس عملکرد واقعی صندوق نرخ بازده سرمایه‌گذاری‌ها ۸ درصد است، میزان واقعی تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برابر می‌شود با:

$$actualUAL_1 = AL_1 - F_1 = 19,842,750.275 - (10,000,000 \times 1.08) = 9,042,750.275IRR$$

حال با توجه به میزان واقعی تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده واقعی و مورد انتظار سود و زیان اکچوئریال با استفاده از رابطه (۳-۱-۹) برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} Gain_1 &= expectedUAL_1 - actualUAL_1 \\ &= 8,642,750.275 - 9,042,750.275 \\ &= -400,000IRR \end{aligned}$$

همچنین با توجه به مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده و سود و زیان اکچوئریال، هزینه دوره‌ای این صندوق با استفاده از رابطه (۳-۱-۱۰) برای سال اول برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} C_1 &= NC_1 + UAL_1 \div \ddot{a}_{30} - gain \div \ddot{a}_{30} = \\ &= 5,371,587.756 + \frac{9,842,750}{8.99} + \frac{400,000}{4.03} \\ &= 6,565,698.733IRR \end{aligned}$$

لازم به ذکر است در محاسبه هزینه دوره‌ای، دوره تصفیه تقسیمی بدهی تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده به‌طور معمول بر اساس عمر صندوق و یا توسط قانون تعیین می‌شود، که در این مثال با توجه به شرایط این صندوق ۳۰ سال در نظر گرفته شده است. همچنین دوره تصفیه تقسیمی بدهی سود و زیان اکچوئریال نیز با توجه به دوره گزارشات اکچوئریال و یا دوره بازبینی در مفروضات اکچوئریال معین می‌شود، که برای این صندوق این دوره برابر ۵ سال در نظر گرفته شده است.

لازم به ذکر است دوره تصفیه تقسیمی بدهی و تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده توسط قانون گذار در محاسبات اکچوئریال تعیین می‌شود.

۳-۱-۲. روش سن ورود انفرادی (Entry age normal)

از آنجایی که در روش اعتبار واحد سن فرد در زمان انجام محاسبات اکچوئریال مبنای محاسبات را تشکیل می‌دهد، مزایای محقق شده هر سال به مرور زمان افزایش پیدا می‌کند، در اینجا سن ورود (در ادامه کتاب با EAN نشان داده می‌شود)، سن فرد در زمان ورود به صندوق بازنشستگی مبنای محاسبات قرار می‌گیرد. بر این اساس در صورت عدم تغییر مفروضات اکچوئریال، مزایای محقق شده هر سال برای همه سال‌های محاسبات برابر می‌شود؛ سپس بر مبنای مزایای محقق شده هر سال می‌توان تعهدات اکچوئریال محقق شده، سود و زیان اکچوئریال و تعهدات اضافی را محاسبه کرد. در این روش، مزایای محقق شده هر سال برای هر بیمه شده به صورت مجزا محاسبه می‌شود.

همچنین مزایای محقق شده هر سال به صورت برابری ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی با ارزش فعلی مزایای آتی مورد محاسبه قرار می‌گیرد. بنابراین به صورت جبری داریم:

$$\begin{aligned} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{w_j}} &= NC_t^j \frac{D_{w_j}}{D_{w_j}} + NC_t^j \frac{D_{w_j+1}}{D_{w_j}} + \dots + NC_t^j \frac{D_{y_j-1}}{D_{w_j}} \\ &= NC_t^j \frac{\sum_{k=w_j}^{y_j-1} D_k}{D_{w_j}} = NC_t^j \frac{N_{w_j} - N_{y_j}}{D_{w_j}} \end{aligned}$$

در رابطه بالا NC_t^j مزایای محقق شده هر سال برای عضو j ام در زمان t است. با حل معادله بالا مزایای محقق شده هر سال برای عضو j ام در زمان t برابر می‌شود با:

$$NC_t^j = B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{w_j} - N_{y_j}} \quad ۱-۲-۳$$

همچنین مزایای محقق شده هر سال در زمان t برابر با مجموع مزایای محقق شده برای همه اعضای صندوق است، پس داریم:

$$NC_t = \sum_{A_t} NC_t^j \quad ۳-۲-۱-۳$$

همان‌طور که پیش از این نیز بیان شد، در این روش در صورت عدم تغییر مزایای پرداختی در بازنشستگی مزایای محقق شده هر سال ثابت می‌ماند.

در این روش می‌توان تعهدات اکچوئریال محقق شده (AL) را به صورت روش آینده‌گر و گذشته‌نگر محاسبه کرد. بر اساس روش گذشته‌نگر تعهدات اکچوئریال برابر با مجموع مزایای محقق شده هر سال برای سال‌های گذشته است، پس بر اساس روش گذشته‌نگر داریم:

$$AL_t = \sum_{A_t} NC_t^j \frac{N_{w_j} - N_{x_j}}{D_{x_j}} \quad ۳-۲-۱-۳$$

همچنین بر مبنای روش آینده‌نگر تعهدات اکچوئری برابر با تفاضل ارزش فعلی مزایای آتی و مزایای محقق شده هر سال می‌باشد، پس داریم:

$$\begin{aligned} AL_t &= PVFB_t - PVFNC_t \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} - \sum_{A_t} NC_t^j \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} - \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{w_j} - N_{y_j}} \times \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \left(1 - \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{N_{w_j} - N_{y_j}} \right) \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \left(\frac{N_{w_j} - N_{x_j}}{N_{w_j} - N_{y_j}} \right) \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{w_j} - N_{y_j}} \times \frac{N_{w_j} - N_{x_j}}{D_{x_j}} \\ &= \sum_{A_t} NC_t^j \frac{N_{w_j} - N_{x_j}}{D_{x_j}} \end{aligned}$$

که برابر با روش گذشته‌نگر است.

میزان تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده (UAL) در زمان t و میزان سود و زیان اکچوئریال مشابه با روش اعتبار واحد برابر می‌شود با:

$$UAL_t = AL_t - F_t \quad ۴-۲-۱-۳$$

$$Gain_t = \text{expected } UAL_t - \text{actual } UAL_t \\ = [(NC_{t-1} + UAL_{t-1})(1+i) - C_{t-1}(1+i)] - UAL_t \quad ۵-۲-۱-۳$$

همچنین در این روش هزینه دوره‌ای صندوق مشابه با روش اعتبار واحد برابر می‌شود با:

$$C_t = NC_t + UAL_{1/a_{\overline{n}|}} + \Delta UAL_{2/a_{\overline{n}|}} + \dots \\ + \Delta UAL_{t/a_{\overline{n}|}} - Gain_{1/a_{\overline{n}|}} - Gain_{2/a_{\overline{n}|}} - \dots - Gain_{t/a_{\overline{n}|}} \quad ۶-۲-۱-۳$$

مثال ۳-۱-۲. با استفاده از اطلاعات مثال ۳-۱-۱ مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق را با استفاده از روش سن ورود انفرادی محاسبه کنید.

$$a_{\overline{2}|} = 1.892$$

پاسخ: ابتدا مزایای محقق شده هر سال (NC) را محاسبه می‌کنیم. با توجه به این که مزایای محقق شده هر سال در روش سن ورود برای هر عضو به صورت مجزا محاسبه می‌شود، ابتدا مزایای محقق شده هر سال برای عضو ۲۴ ساله را محاسبه می‌کنیم. از آنجایی که در روش سن ورود انفرادی، سن ورود فرد به صندوق مبنای محاسبات است، مزایای محقق شده هر سال بر اساس سن ورود فرد به صندوق یعنی ۲۲ سال، مطابق رابطه ۳-۱-۲ برابر می‌شود با:

$$NC_1^{(12)} = 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{\overline{52}|} \frac{D_{52}}{N_{22} - N_{52}}$$

$$\begin{aligned}
 &= 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{\overline{52}|}^{(12)} \frac{v^{30}}{a_{\overline{30}|}} \\
 &= 30 \times 12 \times 500,000 \times 9.3 \times \frac{.03337}{8.99} \\
 &= 6,215,199.619IRR
 \end{aligned}$$

به همین ترتیب مزایای محقق شده هر سال برای بیمه شده ۳۲ ساله برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned}
 NC_1^2 &= 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{\overline{57}|}^{(12)} \frac{D_{57}}{N_{27} - N_{57}} \\
 &= 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{\overline{57}|}^{(12)} \frac{v^{30}}{a_{\overline{30}|}} \\
 &= 30 \times 12 \times 500,000 \times 8.6 \times \frac{.03337}{8.99} \\
 &= 5,746,024.471IRR
 \end{aligned}$$

حال مزایای محقق شده هر سال برای صندوق برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned}
 NC_1 &= NC_1^1 + NC_1^2 \\
 &= 6,215,199.619 + 5,746,024.471 \\
 &= 11,961,224.09IRR
 \end{aligned}$$

لازم به ذکر است در صورت عدم تغییر در شرایط صندوق، مزایای محقق شده هر سال در طول سال‌های آتی ثابت می‌ماند.

با استفاده از مزایای محقق شده هر سال می‌توان تعهدات اکچوئریال محقق شده را به صورت گذشته‌نگر و آینده‌نگر محاسبه کرد، که در اینجا تعهدات اکچوئریال محقق شده با استفاده از اطلاعات گذشته‌نگر مورد محاسبه قرار می‌گیرد. بر اساس رابطه ۳-۲-۳ تعهدات اکچوئریال محقق شده برای بیمه شده ۲۴ ساله برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned}
 AL_1^1 &= NC_1^1 \frac{N_{w_j} - N_{x_j}}{D_{x_j}} \\
 &= NC_1^1 \frac{N_{22} - N_{24}}{D_{24}} \\
 &= 6,215,199.619 \times \frac{\ddot{a}_{\overline{2}|}}{v^2} \\
 &= 6,215,199.619 \times \frac{1.892}{.5674} \\
 &= 20,724,634.612 IRR
 \end{aligned}$$

به همین ترتیب تعهدات اکچوئریال محقق شده برای بیمه شده ۳۲ ساله برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned}
 AL_1^2 &= NC_1^2 \frac{N_{w_j} - N_{x_j}}{D_{x_j}} \\
 &= NC_1^2 \frac{N_{27} - N_{32}}{D_{32}} \\
 &= 5,746,024.471 \times \frac{\ddot{a}_{\overline{5}|}}{v^5} \\
 &= 5,746,024.471 \times \frac{4.02}{.5674} \\
 &= 40,710,289.695 IRR
 \end{aligned}$$

که تعهدات اکچوئریال محقق شده صندوق برابر با مجموع تعهدات اکچوئریال محقق شده برای هر عضو است، پس داریم:

$$\begin{aligned}
 AL_1 &= AL_1^1 + AL_1^2 \\
 &= 20,724,634.612 + 40,710,289.695 \\
 &= 61,434,924.307 IRR
 \end{aligned}$$

تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده مورد انتظار برای این صندوق با توجه به این که ذخائر و دارایی‌های صندوق برابر با ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ است، با استفاده از رابطه ۳-۲-۴ برابر می‌شود با:

$$expectedUAL_1 = AL_1 - F_1 = 61,434,924.307$$

$$-(10,000,000 \times 1.12) = 50,234,924.307IRR$$

بر اساس عملکرد واقعی صندوق نرخ بازده سرمایه‌گذاری‌ها ۸ درصد است، پس میزان تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده واقعی برابر می‌شود با:

$$actualUAL_1 = AL_1 - F_1 = 61,434,924.307$$

$$-(10,000,000 \times 1.08) = 50,634,924.307IRR$$

حال با توجه به مقادیر بالا سود و زیان اکچوئریال با استفاده از رابطه ۳-۲-۱ برابر می‌شود با:

$$Gain_t = expectedUAL_t - actualUAL_t$$

$$= 50,234,924.307 - 50,634,924.307$$

$$= 400,000IRR$$

اکنون با توجه به مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده و سود و زیان اکچوئریال هزینه‌های دوره‌ای صندوق با توجه به رابطه ۳-۲-۱-۶ برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} C_1 &= NC_1 + UAL_1 \div \ddot{a}_{30} - gain \div \ddot{a}_{30} = \\ &= 11,961,224.09 + \frac{50,234,924.307}{8.99} + \frac{400,000}{4.03} \\ &= 17,648,346.067IRR \end{aligned}$$

۳-۱-۳. روش تراز حق بیمه (Individual level premium)

یکی از فروض روش‌های قبلی، کافی بودن ذخائر و دارایی‌های صندوق در زمان بازنشستگی افراد بود؛ اما در عمل امکان عدم تعادل بین دارائی و ذخائر صندوق بازنشستگی با مزایای بازنشستگی اعضاء در بعضی از سال‌ها وجود دارد. روش تراز حق بیمه (که در ادامه کتاب با ILP نشان داده می‌شود) جهت رفع این مشکل به وجود آمده است. در این روش مزایای محقق شده هر سال، بر اساس تراز حق بیمه^۱ که بر اساس سن فعلی تا سن بازنشستگی محاسبه می‌شود، به دست

1- Level premium

می‌آید. لازم به ذکر است در این روش فرض می‌شود تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده در ابتدا صفر است. بر اساس این روش، مزایای محقق شده هر سال، با استفاده از تراز حق بیمه از سن فعلی تا سن کسب شده^۱ و مزایای محقق شده هر سال در سال قبلی محاسبه می‌شود. همچنین مزایای محقق شده هر سال برای سال اول مشابه با روش سن ورود انفرادی است. با این حال، در صورتی که بیمه شده در سن w_j قبل از تاریخ شروع صندوق بازنشستگی دارای سابقه باشد، از سن فرد در زمان ورود به صندوق $(w_j < x_j) x_j$ استفاده می‌شود. به صورت جبری مزایای محقق شده هر سال در شروع صندوق برای هر یک از اعضاء برابر می‌شود با:

$$NC_1^j = B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{x_j} - N_{y_j}} \quad ۱-۳-۱-۳$$

و مزایای محقق شده هر سال برای صندوق بازنشستگی برابر می‌شود با:

$$NC_1 = \sum_{A_i} NC_1^j \quad ۲-۳-۱-۳$$

مقادیر بالا مشابه با روش EAN است و تفاوت با آن از سال دوم شروع می‌شود. حال در صورتی که به جای $B(y_j)$ در زمان t از B_t^j استفاده کنیم، در زمان $t=2$ مقدار B_1^j دوباره تخمین زده می‌شود و مقدار افزایش در مزایای سال دوم با استفاده از حق بیمه اضافی $\Delta B_2^j = B_2^j - B_1^j$ به دست می‌آید. در سال دوم مزایای محقق شده هر سال برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} NC_2^j &= NC_1^j + \Delta NC_2^j \\ &= NC_1^j + \Delta B_2^j \times a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{x_{j+1}} - N_{y_j}} \end{aligned} \quad ۳-۳-۱-۳$$

در رابطه بالا ΔNC_2^j تراز حق بیمه است.

به همین ترتیب مشابه با فرایند بالا می‌توان مزایای محقق شده هر سال را با

استفاده از تراز حق بیمه و مزایای محقق شده هر سال در سال قبلی محاسبه کرد. تعهدات اکچوئریال محقق شده در این روش با توجه به مزایای محقق شده هر سال می‌تواند به صورت گذشته‌نگر و آینده‌نگر محاسبه شود، که در اینجا تعهدات اکچوئریال محقق شده بر اساس روش آینده‌نگر محاسبه می‌شود. بر اساس روش آینده‌نگر تعهدات اکچوئریال محقق شده، از تفاضل ارزش فعلی مزایای آتی با ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی قابل محاسبه است. تعهدات اکچوئریال محقق شده در سال اول در صورت عدم وجود تعهدات قبلی برای هر بیمه شده برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned}
 AL_1^j &= PVFB_{x_j} - PVFNC_{x_j} \\
 &= B_1^j \frac{a_{y_j}^{(12)} D_{y_j}}{D_{x_j}} - NC_1^j \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} \\
 &= B_1^j \frac{a_{y_j}^{(12)} D_{y_j}}{D_{x_j}} - B_1^j \frac{a_{y_j}^{(12)} D_{y_j}}{N_{x_j} - N_{y_j}} \times \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} \quad ۴-۳-۱-۳ \\
 &= B_1^j \frac{a_{y_j}^{(12)} D_{y_j}}{D_{x_j}} - B_1^j \frac{a_{y_j}^{(12)} D_{y_j}}{D_{x_j}} = 0
 \end{aligned}$$

به همین ترتیب تعهدات اکچوئریال محقق شده برای کل صندوق برابر صفر می‌شود.

$$AL_1 = \sum_{A_1} AL_1^j = 0 \quad ۵-۳-۱-۳$$

با توجه به صفر بودن تعهدات اکچوئریال محقق شده برای سال اول، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برای سال اول که از تفاضل تعهدات اکچوئریال محقق شده و دارایی‌های صندوق مورد محاسبه قرار می‌گیرد، برابر صفر می‌شود. میزان تعهدات اکچوئریال محقق شده برای سال دوم برابر می‌شود با:

۶-۳-۱-۳

$$\begin{aligned}
 AL_2^j &= B_2^j a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j+1}} - NC_2^j \frac{N_{x_{j+1}} - N_{y_j}}{D_{x_{j+1}}} \\
 &= (B_1^j + \Delta B_2^j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_{j+1}}} - (NC_1^j + \Delta B_2^j a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{x_{j+1}} - N_{y_j}}) \times \frac{N_{x_{j+1}} - N_{y_j}}{D_{x_{j+1}}} \\
 &= (B_1^j + B_2^j - B_1^j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_{j+1}}} - B_1^j a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{x_j} - N_{y_j}} \times \frac{N_{x_{j+1}} - N_{y_j}}{D_{x_{j+1}}} \\
 &\quad - B_2^j a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_{j+1}}} - B_1^j a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_{j+1}}} \\
 &= B_1^j a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_{j+1}}} (1 - \frac{N_{x_{j+1}} - N_{y_j}}{N_{x_j} - N_{y_j}}) \\
 &= B_1^j a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_{j+1}}} \times \frac{D_{x_j}}{N_{x_j} - N_{y_j}} \\
 &= NC_1^j \frac{D_{x_j}}{D_{x_{j+1}}}
 \end{aligned}$$

برای سال سوم در صورتی که تغییر در مزایا رخ دهد، مزایای محقق شده هر سال برابر است با:

$$NC_3^j = NC_1^j + \Delta NC_2^j + \Delta NC_3^j$$

که در آن مقدار ΔNC_3^j برابر می‌شود با:

$$\Delta NC_3^j = \Delta B_3^j a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{x_{j+2}} - N_{y_j}} \quad ۷-۳-۱-۳$$

با توجه به محاسبه مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده برابر می‌شود با:

۸-۳-۱-۳

$$\begin{aligned}
 AL_3^j &= (B_1^j + \Delta B_2^j + \Delta B_3^j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_{j+2}}} - (NC_1^j + \Delta NC_2^j + \Delta NC_3^j) \frac{N_{x_{j+2}} - N_{y_j}}{D_{x_{j+2}}} \\
 &= (AL_2^j + NC_2^j) \frac{D_{x_{j+1}}}{D_{x_{j+2}}}
 \end{aligned}$$

همچنین تعهدات اکچوئریال محقق شده را می‌توان به صورت گذشته‌نگر از مجموع تعهدات اکچوئریال محقق شده در سال‌های گذشته و مزایای محقق شده هر سال محاسبه کرد، که به صورت جبری برای هر عضو برابر است با:

$$AL_{t+1}^j = (AL_t^j + NC_t^j) \frac{D_{x_{j,t+1}}}{D_{x_{j,t}}} \quad ۹-۳-۱-۳$$

و مجموع تعهدات محقق شده کل صندوق برابر می‌شود با:

$$AL_{t+1} = \sum_{A_{t+1}} AL_{t+1}^j$$

در این روش تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده به صورت مجزا محاسبه نمی‌شود و مزایای محقق شده هر سال شامل تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده نیز است. همچنین در این روش مشابه با روش‌های قبلی سود و زیان اکچوئریال به صورت مجزا مورد محاسبه قرار می‌گیرد.

مثال ۳-۱-۳. با استفاده از اطلاعات مثال ۳-۱-۱ مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق را با استفاده از روش تراز حق بیمه برای ۲ سال، با توجه به این که در سال دوم مزایای پرداختی بازنشستگی برای باقی سال‌های خدمت به ۷۰۰,۰۰۰ افزایش می‌یابد محاسبه کنید. در سال دوم فرض شده که نرخ بهره ۱۲ درصد است.

$$\begin{aligned} & \dots^{(12)} \\ a_{2|\overline{8}|} &= 8.913 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \dots^{(12)} \\ a_{2|\overline{5}|} &= 8.773 \end{aligned}$$

پاسخ: در این روش مزایای محقق شده هر سال برای هر بیمه شده به صورت جدا و بر اساس سن فعلی آنها محاسبه می‌شود؛ برای عضو ۲۴ ساله مزایای محقق شده هر سال برای سال اول با استفاده از رابطه ۳-۱-۳-۱ برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_1^1 &= 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{52}^{(12)} \frac{D_{52}}{N_{24} - N_{52}} \\ &= 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{52}^{(12)} \times \frac{v^{28}}{a_{28}|} \\ &= 7,866,347.267IRR \end{aligned}$$

به همین ترتیب مزایای محقق شده هر سال برای عضو ۳۲ ساله برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} NC_1^2 &= 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{57}^{(12)} \frac{D_{57}}{N_{32} - N_{57}} \\ &= 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{57}^{(12)} \times \frac{v^{25}}{a_{25}|} \\ &= 10,379,400.267IRR \end{aligned}$$

حال با توجه به رابطه ۳-۱-۲ مزایای محقق شده هر سال صندوق برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_1 &= NC_1^1 + NC_1^2 \\ &= 18,245,747.534IRR \end{aligned}$$

تعهدات اکچوئریال محقق شده برای سال اول با توجه به رابطه ۳-۱-۵ برابر با صفر می‌شود؛ همچنین تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده مورد انتظار در سال اول برابر با صفر است. با این حال با توجه به دارایی ابتدایی صندوق، میزان تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده واقعی برابر می‌شود با:

$$UAL_1 = AL_1 - F_1 = AL_1 - (100,000) \times 1.08 = -10,800,000IRR$$

با توجه به این که در این روش تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برابر با صفر است، سود و زیان اکچوئریال برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} Gain_1 &= \text{expected } UAL_1 - \text{actual } UAL \\ &= 0 + 10,800,000 \\ &= 10,800,000IRR \end{aligned}$$

و هزینه دوره‌ای صندوق در سال اول برابر است با:

$$\begin{aligned} C_1 &= NC_1 - gain \div a_{\overline{3}|} = \\ &= 18,245,747.534 - 10,800,000 / 4.03 \\ &= 15,565,846.789IRR \end{aligned}$$

در سال دوم مزایای پرداختی به میزان ۲۰۰,۰۰۰ ریال افزایش می‌یابد. مزایای محقق شده هر سال با توجه به رابطه ۳-۱-۳ برای عضو ۲۴ ساله برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} NC_2^1 &= NC_1^1 + \Delta NC_2^1 \\ &= NC_1^1 + \Delta B_2^1 \times a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{x_{j+1}} - N_{y_j}} \\ &= 7,866,347.267 + (700,000 - 500,000) \times 12 \times 27 \times a_{52}^{(12)} \times \frac{D_{52}}{N_{25} - N_{52}} \\ &= 11,023,883.239IRR \end{aligned}$$

به همین ترتیب مزایای محقق شده هر سال برای عضو ۳۲ ساله برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_2^2 &= NC_1^2 + \Delta NC_2^2 \\ &= NC_1^2 + \Delta B_2^2 \times a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{N_{x_{j+1}} - N_{y_j}} \\ &= 10,379,400.267 + (700,000 - 500,000) \times 12 \times 24 \times a_{57}^{(12)} \times \frac{D_{57}}{N_{33} - N_{57}} \\ &= 14,089,650.234IRR \end{aligned}$$

با توجه به مقادیر بالا مزایای محقق شده هر سال صندوق برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} NC_2 &= NC_2^1 + NC_2^2 \\ &= 25,113,533.473IRR \end{aligned}$$

تعهدات اکچوئریال محقق شده برای سال دوم با توجه به رابطه ۳-۱-۳-۶ برای بیمه شده ۲۴ ساله برابر است با:

$$AL_2^1 = (AL_1^1 + NC_1^1) \frac{D_{24}}{D_{25}} = (0 + 7,866,347.267) \frac{1}{v} = 8,810,308.939IRR$$

به همین ترتیب تعهدات اکچوئریال محقق شده برای بیمه شده ۳۲ ساله برابر می‌شود با:

$$AL_2^2 = (AL_1^2 + NC_1^2) \frac{D_{32}}{D_{33}} = (0 + 10,379,400.267) \frac{1}{v} = 11,624,928.299IRR$$

تعهدات اکچوئریال محقق شده برای صندوق در سال دوم برابر است با:

$$\begin{aligned} AL_2 &= AL_2^1 + AL_2^2 \\ &= 20,435,237.238IRR \end{aligned}$$

و تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده در سال دوم برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} UAL_2 &= AL_2 - F_2 = AL_2 - (F_1 + C_1)(1.12) \\ &= 20,435,237.238 - (10,800,000 + 15,565,846)(1.12) \\ &= 9,094,510.282IRR \end{aligned}$$

$$[(NC_{t-1} + UAL_{t-1})(1+i) - C_{t-1}(1+i)] - UAL_t$$

همچنین تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده مورد انتظار نیز برابر است با:

$$\begin{aligned} \text{expected } UAL_2 &= (NC_1 + UAL_1 - C_1)(1.12) \\ &= (18,245,747.534 - 10,800,000 - 15,565,846.789)(1.12) = 9,094,510.282IRR \end{aligned}$$

بنابراین سود و زیان اکچوئریال برای سال دوم برابر صفر است و هزینه دوره‌ای صندوق برای سال دوم با مزایای محقق شده هر سال برابر می‌شود.

$$C_2 = NC_2 = 25,113,533.473IRR$$

۳-۲. روش‌های گروهی

برای محاسبه مزایای محقق شده هر سال در روش‌های گروهی، ابتدا یک نرخ برای کل صندوق به صورت واحد محاسبه می‌شود، سپس بر اساس این نرخ محاسبه شده، مزایای محقق شده هر سال برای صندوق مورد محاسبه قرار می‌گیرد. بر اساس این تقسیم‌بندی روش‌های سن ورود گروهی، تعهدات ابتدایی مسدود شده، گروهی، گروهی انفرادی^۱ و سن ورود کسب شده، جزو روش‌های گروهی هستند که در ادامه فصل هر یک توضیح داده می‌شود.

۱- روش گروهی انفرادی همان‌طور که از نامش پیداست، دارای ویژگی‌های روش‌های انفرادی و گروهی به صورت هم‌زمان می‌باشد. از این‌رو، در بعضی از منابع اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی به صورت روش‌های انفرادی طبقه‌بندی شده است.

۳-۲-۱. روش سن ورود گروهی (Aggregate entry age normal)

تنها تفاوت این روش با روش قبلی در این است که به جای محاسبه مزایای محقق شده هر سال برای هر بیمه شده به صورت مجزا، یک نرخ برای مزایای محقق شده هر سال برای همه اعضای صندوق بازنشستگی تعیین می‌شود، سپس با ضرب این نرخ در تعداد اعضای صندوق، مزایای محقق شده هر سال صندوق مورد محاسبه قرار می‌گیرد. نرخ مزایای محقق شده هر سال از برابری مجموع ارزش فعلی مزایای آتی (PVPB) برای همه اعضای صندوق با ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال آتی (PVFNC) به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sum_{A_i} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{w_j}} = RNC_t \times \sum_{A_i} \frac{N_{w_j} - N_{y_j}}{D_{w_j}} \quad ۱-۱-۲-۳$$

در معادله بالا، RNC_t نرخ مزایای محقق شده هر سال صندوق است. با حل معادله برحسب RNC_t داریم:

$$\begin{aligned} RNC_t &= \sum_{A_i} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{w_j}} \div \sum_{A_i} \frac{N_{w_j} - N_{y_j}}{D_{w_j}} \\ &= \frac{\sum_{A_i} PVPB_{w_j}}{\sum_{A_i} PVFY_{w_j}} \end{aligned} \quad ۲-۱-۲-۳$$

که در آن $PVFY_{w_j} = \frac{N_{w_j} - N_{y_j}}{D_{w_j}}$ برابر با ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی است.

در این روش؛ تعهدات اکچوئریال محقق شده، سود و زیان اکچوئریال و تعهدات اضافی، مشابه با روش سن ورود انفرادی برابر است با:

$$UAL_t = AL_t - F_t \quad ۳-۱-۲-۳$$

۴-۱-۲-۳

$$\begin{aligned} Gain_t &= \text{expected } UAL_t - \text{actual } UAL_t \\ &= [(NC_{t-1} + UAL_{t-1})(1+i) - C_{t-1}(1+i)] - UAL_t \end{aligned}$$

۵-۱-۲-۳

$$\begin{aligned} C_t &= NC_t + UAL_1 \ddot{s}_{\overline{a}|i} + \Delta UAL_2 \ddot{s}_{\overline{a}|i} + \dots \\ &\quad + \Delta UAL_t \ddot{s}_{\overline{a}|i} - Gain_1 \ddot{s}_{\overline{a}|i} - Gain_2 \ddot{s}_{\overline{a}|i} - \dots - Gain_t \ddot{s}_{\overline{a}|i} \end{aligned}$$

مثال ۱-۲-۳. با استفاده از اطلاعات مثال ۱-۱-۳ مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق را با استفاده از روش سن ورود گروهی محاسبه کنید.

پاسخ: برای محاسبه مزایای محقق شده هر سال نرخ مزایای محقق شده هر سال برای کل صندوق را با استفاده از رابطه ۱-۱-۲-۳ محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{aligned} UNC_{1(w)} &= \sum_{A_1} PVFB_{w_j} \div \sum_{A_1} PVFY_{w_j} \\ &= (30 \times 12 \times 500,000 \times a_{52}^{(12)} \times v^{30} + 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{57}^{(12)} \times v^{30}) \div (a_{30}^{(12)} + a_{30}^{(12)}) \\ &= (55,874,644.574 + 51,669,026.166) \div (17.98) \\ &= 5,981,294.257IRR \end{aligned}$$

با توجه به نرخ مزایای محقق شده هر سال، مزایای محقق شده هر سال صندوق برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} NC_1 &= 2 \times 5,981,294.257 \\ &= 11,962,588.51IRR \end{aligned}$$

همچنین تعهدات اکچوئریال محقق شده با استفاده از روش آینده‌نگر برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} AL_1 &= PVPB_1 - PVFNC_1 \\ &= (30 \times 12 \times 500,000 \times a_{52}^{(12)} \times v^{28} + 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{57}^{(12)} \times v^{25}) - UNC_{1(w)} (a_{30}^{(12)} + a_{30}^{(12)}) \\ &= 70,089,154.15 + 91,058,478.542 - 5,981,294.257(17.98) = \\ &= 53,603,961.95IRR \end{aligned}$$

حال اگر تعهدات اکچوئریال محقق شده را با استفاده از روش گذشته‌نگر نیز

محاسبه کنیم، داریم:

$$\begin{aligned} AL_{t(R)} &= UNC_t \sum_{A_t} \frac{N_{w_j} - N_{x_j}}{D_{x_j}} \\ &= UNC_t \left[\left(\frac{N_{22} - N_{24}}{D_{24}} \right) + \left(\frac{N_{27} - N_{32}}{D_{32}} \right) \right] \\ &= 5,981,294.257[3.3345 + 7.0849] \\ &= 62,321,789.804IRR \end{aligned}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید طبق این روش تعهدات اکچوئریال محقق شده توسط دو روش گذشته‌نگر و آینده‌نگر برابر نیست؛ که علت این امر تفاوت در سن و سابقه بیمه‌شدگان می‌باشد. حال در صورتی که در روش سن ورود گروهی نرخ مزایای محقق شده هر سال بر اساس سن فعلی محاسبه شود، تعهدات در دو روش گذشته‌نگر و آینده‌نگر مانند سایر روش‌ها یکسان می‌شود. برای بررسی این موضوع ابتدا نرخ مزایای محقق شده هر سال در سن فعلی را با استفاده از برابری روش گذشته‌نگر و آینده‌نگر محاسبه می‌کنیم.

$$\sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} - RNC_t \sum_{A_t} \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} = RNC_t \sum_{A_t} \frac{N_{w_j} - N_{x_j}}{D_{x_j}}$$

که با حل معادله بالا بر حسب RNC_t داریم:

$$RNC_t = \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \div \sum_{A_t} \frac{N_{w_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}}$$

نرخ مزایای محقق شده هر سال محاسبه شده با روش بالا، نرخ مزایای محقق شده هر سال برای سن فعلی است، حال در صورتی که از نرخ بالا برای محاسبه تعهدات اکچوئریال محقق شده استفاده کنیم، داریم:

$$\begin{aligned}
 UNC_{1(AA)} &= (30 \times 12 \times 500,000 \overset{\bullet\bullet}{a}_{52}^{(12)} \times v^{28} + 30 \times 12 \times 500,000 \overset{\bullet\bullet}{a}_{57}^{(12)} \times v^{25}) \div \left(\frac{\overset{\bullet\bullet}{a}_{30|}}{v^2} + \frac{\overset{\bullet\bullet}{a}_{30|}}{v^5} \right) \\
 &= (30 \times 12 \times 500,000 \overset{\bullet\bullet}{a}_{52}^{(12)} \times v^{28} + 30 \times 12 \times 500,000 \times \overset{\bullet\bullet}{a}_{57}^{(12)} \times v^{25}) \div \left(\frac{\overset{\bullet\bullet}{a}_{30|}}{v^2} + \frac{\overset{\bullet\bullet}{a}_{30|}}{v^5} \right) \\
 &= (70,089,154.154 + 91,058,478.542) \div (28.3994) \\
 &= 5,674,332.299IRR
 \end{aligned}$$

همچنین در صورتی که بر اساس زمان ورود تعهدات اکچوئریال محقق شده را با روش آینده‌نگر محاسبه کنیم، داریم:

$$\begin{aligned}
 AL_1 &= PVPB_1 - PVFNC_1 \\
 &= (30 \times 12 \times 500,000 \times \overset{\bullet\bullet}{a}_{52}^{(12)} \times v^{28} + 30 \times 500,000 \times \overset{\bullet\bullet}{a}_{57}^{(12)} \times v^{25}) - UNC_{1(w)} \left(\overset{\bullet\bullet}{a}_{30|} + \overset{\bullet\bullet}{a}_{30|} \right) \\
 &= 70,089,154.15 + 91,058,478.542 - 5,674,332.149(17.98) \\
 &= 59,123,140IRR
 \end{aligned}$$

و بر اساس روش گذشته‌نگر داریم:

$$\begin{aligned}
 L_{t(R)} &= UNC_t \sum_{A_t} \frac{N_{w_j} - N_{x_j}}{D_{x_j}} \\
 &= UNC_t \left[\left(\frac{N_{22} - N_{24}}{D_{24}} \right) + \frac{N_{27} - N_{32}}{D_{32}} \right] \\
 &= 5,674,332.299[3.3345 + 7.0849] \\
 &= 59,123,137.9562IRR
 \end{aligned}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید، نتایج دو روش گذشته‌نگر و آینده‌نگر برابر شد. به‌طور معمول در روش سن ورود گروهی به‌منظور جلوگیری از اختلاف در نتایج محاسبات، روش گذشته‌نگر یا آینده‌نگر بودن محاسبات مشخص می‌شود.

حال تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق را بر اساس روش گذشته‌نگر محاسبه می‌کنیم. مقدار تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده مورد انتظار با استفاده از رابطه ۳-۲-۱ برابر می‌شود با:

$$expectedUAL_1 = AL_1 - F_1 = 53,603,961.95 - (10,000,000 \times 1.12) = 42,403,961.95IRR$$

همچنین میزان واقعی تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده واقعی برابر است با:

$$actualUAL_1 = AL_1 - F_1 = 53,603,961.95 - (10,000,000 \times 1.08) = 42,803,961.95 IRR$$

سود و زیان اکچوئریال با استفاده از رابطه ۳-۲-۴ برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} Gain_1 &= expected\ UAL_1 - actualUAL \\ &= 42,403,961.95 - 42,803,961.95 \\ &= -400,000 IRR \end{aligned}$$

هزینه دوره‌ای صندوق نیز مشابه با روش‌های قبلی با استفاده از رابطه ۳-۲-۵ برابر است با:

$$\begin{aligned} C_1 &= NC_1 + UAL_1 \div \ddot{a}_{30} - gain \div \ddot{a}_{30} = \\ &= 11,962,588.51 + \frac{53,603,961.95}{8.99} + \frac{400,000}{4.03} \\ &= 18,024,464 IRR \end{aligned}$$

۳-۲-۲. روش تعهدات ابتدایی مسدود شده (Frozen initial liability)

همان‌طور که پیش‌ازاین گفته شد، هزینه دوره‌ای صندوق شامل سه بخش مزایای محقق شده هر سال، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده و سود و زیان اکچوئریال است. اما در روش تعهدات ابتدایی مسدود شده (در ادامه این کتاب این روش با FIL نشان داده می‌شود)، هزینه دوره‌ای صندوق تنها از دو بخش مزایای محقق شده هر سال و تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده تشکیل می‌شود. در این روش مزایای محقق شده هر سال مشابه با روش گروهی بر اساس یک نرخ محاسبه و سپس این نرخ در تعداد بیمه شده‌ها ضرب می‌شود. به‌صورت جبری نرخ مزایای محقق شده هر سال برابر است با:

$$\begin{aligned} RNC_1 &= \frac{PV PB_{w_j}}{PV FY_w} = \frac{\sum_{A_t} PV PB_{w_j}}{\sum_{A_t} PV FY_{w_j}} \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{w_j}} \div \sum_{A_t} \frac{N_{w_j} - N_{y_j}}{D_{w_j}} \end{aligned} \quad ۳-۲-۱$$

همچنین مزایای محقق شده هر سال برای صندوق برابر می‌شود با:

$$NC_1 = n_1 \times UNC_1 \quad ۲-۲-۳$$

تعهدات اکچوئریال محقق شده در ابتدای صندوق بر اساس روش آینده‌نگر از تفاضل ارزش فعلی مزایای آتی و مزایای محقق شده هر سال به‌دست می‌آید، از این‌رو داریم:

$$AL_1 = PVPB_1 - PVFNC_1 \quad ۳-۲-۳$$

در رابطه بالا $PVPB_1$ و $PVFNC_1$ برابر می‌شوند با:

$$PVFNC_1 = \sum_{A_1} RNC_1 \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} = \frac{NC_1}{n_1} \sum_{A_1} \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} \quad ۴-۲-۳$$

$$PVPFB_1 = \sum_{A_1} B(y_j) \ddot{a}_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}}$$

بنابراین تعهدات اکچوئریال محقق شده در سال اول برابر است با:

$$\begin{aligned} AL_1 &= PVPB_1 - PVFNC_1 \\ &= \sum_{A_1} B(y_j) \ddot{a}_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} - \sum_{A_1} RNC_1 \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} \end{aligned} \quad ۵-۲-۳$$

همچنین به‌دلیل این که ذخائر و دارایی‌های صندوق در ابتدای شروع صندوق صفر ($F=0$) است، داریم:

$$\begin{aligned} UAL_1 &= AL_1 - F_1 \\ &= PVPB_1 - PVFNC_1 \\ &= \sum_{A_1} B(y_j) \ddot{a}_{y_j}^{(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} - \sum_{A_1} UNC_1 \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} \end{aligned} \quad ۶-۲-۳$$

از آن جایی که در این روش هزینه دوره‌ای تنها شامل مزایای محقق شده هر سال و تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده است، هزینه دوره‌ای برای سال اول برابر می‌شود با:

$$C_1 = NC_1 + \frac{UAL_1}{a_{\overline{n}|}} \quad ۷-۲-۳$$

روش آینده‌نگر تعهدات اکچوئریال محقق شده برابر می‌شود با:

$$AL = PVPF - PVFNC$$

با حل معادله بالا برحسب $PVFNC$ و جایگذاری $UAL = AL - F$ داریم:

$$PVFNC = PVPB - AL = PVPB - UAL - F \quad ۸-۲-۲-۳$$

ازاین‌رو، با توجه به معادله بالا جهت محاسبه مزایای محقق شده هر سال در سال‌های دوم به بعد، ابتدا تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده و دارایی‌های صندوق با استفاده از فرمول‌های زیر به‌روزرسانی می‌شود، پس داریم:

$$UAL_t = (UAL_{t-1} + NC_{t-1})(1+i) - C_{t-1}(1+i) \quad ۹-۲-۲-۳$$

$$F_t = F_{t-1}(1+i_f) + C_{t-1}(1+i_c) \quad ۱۰-۲-۲-۳$$

توجه کنید، به‌دلیل صفر شدن مقدار سود و زیان اکچوئریال در این روش، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده و دارایی‌های صندوق برابر با مقادیر مورد انتظار آن است. پس با استفاده از روابط بالا $PVFNC$ برای صندوق برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} PVFNC_t &= PVPB_t - UAL_t - F_t \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} - UAL_t - F_t \end{aligned} \quad ۱۱-۲-۲-۳$$

حال در صورتی که نرخ مزایای محقق شده هر سال برای سال t را به‌صورت مجموع ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی $PVFNC$ به ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی ($PV FY_t$) تعریف کنیم، داریم:

$$RNC_t = \frac{PVFNC_t}{PV FY_t} = \frac{PVPB_t - UAL_t - F_t}{\sum_{A_t} \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}}} \quad ۱۲-۲-۲-۳$$

با استفاده از نرخ بالا می‌توان مزایای محقق شده هر سال صندوق را با استفاده از رابطه زیر محاسبه کرد.

$$NC_t = RNC_t \times n_t = \frac{PVPB_t - UAL_t - F_t}{PVFY_t} \times n_t \quad ۱۳-۲-۲-۳$$

با توجه به این که در این روش هزینه دوره‌ای برابر با مزایای محقق شده هر سال و تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده است، هزینه دوره‌ای صندوق برای سال‌های بعدی برابر می‌شود با:

$$C_t = NC_t + \frac{UAL_1}{a \cdot \bar{n}} + \frac{\Delta UAL_2}{a \cdot \bar{n}} + \dots + \frac{\Delta UAL_t}{a \cdot \bar{n}} \quad ۱۴-۲-۲-۳$$

زمانی که در صندوق بازنشستگی تغییراتی رخ می‌دهد که منجر به تغییر تعهدات اکچوئریال محقق شده می‌شود، باید تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده متناسب با آن تغییر کند. از این‌رو، در چنین مواقعی تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برابر می‌شود با:

$$UAL_t = old \ UAL_t (FIL) + \Delta UAL_t \\ = (UAL_{t-1} + NC_{t-1} - C_{t-1})(1+i) + \Delta UAL_t \quad ۱۵-۲-۲-۳$$

در رابطه بالا ΔUAL_t با استفاده از روش سن ورود گروهی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta UAL_t = newUAL_t (EAN) - oldUAL_t (EAN) \\ = newAL_t (EAN) - oldAL_t (EAN) \quad ۱۶-۲-۲-۳$$

لازم به ذکر است تحت روش سن ورود گروهی تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده برابر است با:

$$newUAL_t (EAN) = PVFB_t - PVFNC_t - F_t = PVFB_t - UNC_t \sum_{A_t} \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} - F_t \quad ۱۷-۲-۲-۳$$

مثال ۲-۲-۳. با استفاده از اطلاعات مثال ۱-۱-۳ مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق را با استفاده از روش تعهدات ابتدایی مسدود شده محاسبه کنید.

پاسخ: با توجه به این که دارایی‌ها و ذخائر ابتدایی طرح ۱۰,۰۰۰,۰۰۰ ریال است، برای محاسبه ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال، ابتدا ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی را با استفاده از رابطه ۳-۲-۲ و ۳-۲-۳ به دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} PVFNC_t &= PVPB_t - UAL_t - F_t \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} - UAL_t - F_t \\ &= 500,000 \times 12 \times 30 \times a_{52}^{(12)} \times v^{30} + 500,000 \times 12 \times 30 \times a_{57}^{(12)} \times v^{30} - 0 - 10,800,000 \\ &= 55,874,644.574 + 51,669,026.166 - 0 - 10,800,000 \\ &= 96,743,670.74IRR \end{aligned}$$

سپس با استفاده از رابطه ۳-۲-۲ و ۳-۲-۱۲ نرخ مزایای محقق شده هر سال برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} RNC_t &= \frac{PVFNC_t}{PVFY_t} \\ &= \frac{PVPB_t - UAL_t - F}{2a_{30}} \\ &= \frac{96,743,670.74}{17.98} \\ &= 5,425,120.73IRR \end{aligned}$$

حال با توجه به مقادیر بالا مزایای محقق شده هر سال صندوق برابر است با:

$$NC_t = RNC_t \times n_t = 5,425,120.73 \times 2 = 10,850,241.46IRR$$

تعهدات اکچوئریال محقق شده در سال اول با استفاده از رابطه ۳-۲-۲ و ۳-۲-۵ برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} AL_1 &= PVFB_1 - PVFNC_1 \\ &= (30 \times 12 \times 500,000 \times a_{52}^{(12)} \times v^{28} + 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{57}^{(12)} \times v^{25}) - RNC_1(a_{30}^{(12)} + a_{30}^{(12)}) \\ &= 70,089,154.15 + 91,058,478.542 - 5,425,120.73(17.98) = \\ &= 63,603,961.966IRR \end{aligned}$$

تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده در سال اول با استفاده از رابطه ۳-۲-۲ و ۳-۲-۶ برابر است با:

$$UAL_1 = AL_1 - F_1 \\ = 63,603,961.966 - (10,000,000 \times 1.08) = 52,803,961.966 IRR$$

همچنین در این روش سود و زیان اکچوئریال صفر است و هزینه دوره‌ای صندوق با استفاده از رابطه ۳-۲-۷ برابر می‌شود با:

$$C_1 = NC_1 + \frac{UAL_1}{a_{\overline{1}|i}} = 10,850,241.46 + \frac{52,803,961.966}{8.99} = 16,723,874.604 IRR$$

در سال دوم ابتدا با استفاده از روش سن ورود گروهی مزایای محقق شده هر سال محاسبه می‌شود.

$$UNC_{EAN} = \sum_{A_1} PVPB_{w_j} \div \sum_{A_1} PVFY_{w_j} \\ = [(30 \times 12 \times 500,000 + 27 \times 200,000 \times 12) a_{52}^{(12)} \times v^{30}] \\ + (30 \times 12 \times 500,000 + 200,000 \times 12 \times 24) a_{57}^{(12)} \times v^{30} \div (a_{27}^{(12)} + a_{24}^{(12)}) \\ = (144,192,631.159) \div (17.98) \\ = 8,019,612.411 IRR$$

سپس تعهدات اکچوئریال محقق شده جدید با توجه به مزایای محقق شده هر سال برابر می‌شود با:

$$newAL_2 = newPVPB_2 - newPVFNC_2 \\ = [[(30 \times 12 \times 500,000 + 27 \times 200,000 \times 12) a_{52}^{(12)} \times v^{27}] \\ + (30 \times 12 \times 500,000 + 200,000 \times 12 \times 24) a_{57}^{(12)} \times v^{24} \\ - UNC_2 (a_{27}^{(12)} + a_{24}^{(12)})] \\ = (106,759,799.608 + 134,620,854.677) - 8,019,612.411 \times (8.87 + 8.79) \\ = 99,754,299.11 IRR$$

همچنین تعهدات اکچوئریال محقق شده بدون تغییرات برابر است با:

$$oldAL_2 = oldPVPB_2 - oldPVFNC_2 = PVPB_1 \times 1.12 - UNC_1 (a_{27}^{(12)} + a_{24}^{(12)}) \\ = 161,147,632.692 \times 1.12 - 5,425,120.73 (8.87 + 8.79) = 84,677,716.523 IRR$$

سپس تغییرات تعهدات اکچوئریال محقق شده با توجه به رابطه ۳-۲-۱۶ برابر است با:

$$\begin{aligned}\Delta UAL_2 &= newAL_2 - oldAL_2 \\ &= 99,754,299.11 - 84,677,716.523 \\ &= 15,076,582.587IRR\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}UAL_2 &= oldUAL_2(FIL) + \Delta UAL_2 \\ &= (UAL_1 + NC_1 - C_1)1.12 + \Delta UAL_2 \\ &= (52,803,961.966 + 10,850,241.46 - 16,723,874.604)1.12 + 15,076,582.587 \\ &= 67,638,550.867IRR\end{aligned}$$

همچنین دارایی‌ها و ذخائر صندوق در سال دوم برابر است با:

$$\begin{aligned}F_2 &= (F_1 + C_1)1.12 \\ &= (10,800,000 + 16,723,874.604) \times 1.12 \\ &= 30,826,739.556IRR\end{aligned}$$

حال با استفاده از رابطه ۳-۲-۱۲ نرخ مزایای محقق شده هر سال برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned}RNC_2 &= \frac{241,380,654.285 - 67,638,550.867 - 30,826,739.556}{17.66} \\ &= 8,092,602.710IRR\end{aligned}$$

همچنین با استفاده از رابطه ۳-۲-۱۳ مزایای محقق شده هر سال در سال دوم برابر است با:

$$NC_2 = RNC_2 \times n_2 = 8,092,602.711 \times 2 = 16,185,205.422IRR$$

سود و زیان اکچوئریال در سال دوم برابر با صفر است و هزینه دوره‌ای صندوق در سال دوم برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned}C_2 &= NC_2 + \frac{UAL_1}{a_{\overline{30}|}} + \frac{\Delta UAL_2}{a_{\overline{30}|}} \\ &= 16,185,205.422 + 5,873,633.144 + 1,677,039.219 \\ &= 23,735,877.785IRR\end{aligned}$$

۳-۲-۳. روش گروهی (Aggregate)

همان‌طور که پیش‌ازاین بیان شد، هزینه دوره‌ای صندوق‌های بازنشستگی شامل مزایای محقق شده هر سال، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده و سود و زیان اکچوئریال می‌شود، که در روش تعهدات ابتدایی مسدود شده هزینه دوره‌ای صندوق شامل مزایای محقق شده هر سال و تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده و همچنین در روش تراز حق بیمه هزینه دوره‌ای صندوق شامل مزایای محقق شده هر سال و سود و زیان اکچوئریال است. در این‌جا به معرفی روش دیگری به نام روش گروهی می‌پردازیم که در آن هزینه دوره‌ای تنها شامل مزایای محقق شده هر سال می‌شود. به عبارت دیگر می‌توان گفت در این روش تعهدات اکچوئریال محقق شده برابر با دارایی‌ها و ذخائر صندوق است ($AL_t = F_t$). حال با توجه به رابطه تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده داریم:

$$UAL_t = AL_t - F_t$$

از آن‌جایی که در این روش $AL_t = F_t$ است، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برابر با صفر می‌شود.

بر مبنای معادله اساسی اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی، همیشه باید رابطه زیر در صندوق‌های بازنشستگی برقرار باشد:

$$PVPB_t = F_t + UAL_t + PVFNC_t \quad ۱-۳-۲-۳$$

در رابطه بالا با جایگذاری $AL_t = F_t$ و $UAL_t = AL_t - F_t$ معادله اساسی اکچوئریال تبدیل می‌شود به:

$$PVPB_t = AL_t + PVFNC_t = F_t + PVFNC_t \quad ۲-۳-۲-۳$$

با توجه به رابطه بالا هرگونه تغییر در مزایا باید موجب تغییر در ارزش فعلی مزایای آتی ($PVPB$) و تغییر در سایر مفروضات باعث تغییر در دارایی‌ها و ذخائر صندوق شود. همچنین در این روش مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی ($PVFNC$)

شامل سود و زیان اکچوئریال، و هزینه دوره‌ای تنها برابر با مزایای محقق شده هر سال است. در این روش مشابه با روش سن ورود گروهی مزایای رخ داده هر سال با استفاده از ضرب نرخ مزایای محقق شده هر سال (RNC_t) در تعداد بیمه شدگان محاسبه می‌شود، یعنی داریم:

$$NC_t = \sum_{A_t} UNC_t = UNC_t \times n_t \quad ۳-۳-۲-۳$$

در رابطه بالا n_t تعداد بیمه شده است. برای محاسبه نرخ مزایای محقق شده هر سال برای سال اول مشابه با روش سن ورود گروهی داریم:

$$RNC_1 = \frac{PVFNC_w}{PVFY_w} \quad ۴-۳-۲-۳$$

که در آن ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی ($PVFY_t$) برابر می‌شود با:

$$PVFY_t = \sum_{A_t} \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} \quad ۵-۳-۲-۳$$

برای سال اول $PVFNC_1 = PVPB_1$ است اما برای سال دوم به بعد ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی ($PVFNC$) با استفاده از معادله روش آینده‌نگر برابر می‌شود با:

$$PVFNC_t = PVPB_t - AL_t \quad ۶-۳-۲-۳$$

که با توجه به این که در این روش $AL_t = F_t$ است، داریم:

$$\begin{aligned} PVFNC_t &= PVFB_t - F_t \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) \overset{\bullet\bullet(12)}{a_{y_j}} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} - F_{t-1}(1+i_f) - C_{t-1}(1+i_c) \end{aligned} \quad ۷-۳-۲-۳$$

با جایگذاری مقدار بالا به جای $PVFNC_t$ در رابطه نرخ مزایای محقق شده هر سال، می‌توان نرخ مزایای محقق شده هر سال را برای سال دوم به بعد محاسبه کرد. بعد از محاسبه نرخ مزایای محقق شده هر سال می‌توان با ضرب آن در تعداد اعضای صندوق مزایای محقق شده هر سال صندوق را به دست آورد. از آنجایی که در این

روش هزینه دوره‌ای تنها شامل مزایای محقق شده هر سال است، داریم:

$$C_t = NC_t = UNC_t \times n_t \quad ۸-۳-۲-۳$$

همان‌طور که قبلاً گفته شد، در این روش تعهدات اکچوئریال محقق شده همیشه برابر با دارایی‌ها و ذخائر صندوق است، از این رو داریم:

$$AL_t = F_t \quad ۹-۳-۲-۳$$

همچنین در این روش مزایای محقق شده هر سال شامل سود و زیان اکچوئریال است و به‌صورت مجزا محاسبه نمی‌شود.

مثال ۳-۲-۳. با استفاده از اطلاعات مثال ۱-۱-۳ مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق را با استفاده از روش گروهی محاسبه کنید. پاسخ: برای محاسبه مزایای محقق شده هر سال ابتدا ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال را در سال‌های آتی با استفاده از رابطه ۷-۳-۲-۳ به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{aligned} PVFNC_1 &= PVFB_1 - F_1 \\ &= \sum_{A_t} B(y_j) a_{y_j} \frac{D_{y_j}^{(12)}}{D_{x_j}} - F_{t-1}(1+i_f) \\ &= 30 \times 500,000 \times 12 \times a_{52}^{(12)} \times \frac{D_{52}}{D_{24}} + 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{57}^{(12)} \times \frac{D_{57}}{D_{32}} - 10,000,000 \times 1.08 \\ &= 70,089,154.154 + 91,058,478.542 - 10,800,000 \\ &= 150,347,632.696 IRR \end{aligned}$$

همچنین ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی ($PV FY_t$) با استفاده از رابطه ۵-۳-۲-۳ برابر است با:

$$\begin{aligned} PVFY_1 &= \frac{N_{24} - N_{52}}{D_{24}} + \frac{N_{32} - N_{57}}{D_{32}} \\ &= a_{28}^{(12)} + a_{25}^{(12)} = 17.686 \end{aligned}$$

حال با استفاده از رابطه ۳-۲-۳-۴ نرخ مزایای محقق شده هر سال برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} RNC_1 &= \frac{PVFNC_w}{PVFY_w} \\ &= \frac{150,347,632.696}{17.686} \\ &= 8,500,940.44IRR \end{aligned}$$

همچنین با استفاده از رابطه ۳-۲-۳-۸ مزایای محقق شده هر سال صندوق برابر است با:

$$NC_1 = 17,001,880.88IRR$$

هزینه دوره‌ای صندوق برابر با مزایای محقق شده هر سال می‌شود.

$$C_1 = 17,001,880.88IRR$$

در سال دوم ذخائر و دارایی‌های صندوق برابر است با:

$$\begin{aligned} F_2 &= (F_1 + C_1) \times 1.12 \\ &= (10,800,000 + 17,001,880.88) \times 1.12 \\ &= 31,138,106.585IRR \end{aligned}$$

در سال دوم برای محاسبه مزایای محقق شده هر سال ابتدا ارزش فعلی مزایای

محقق شده هر سال در سال‌های آتی با استفاده از رابطه ۳-۲-۳-۷ به‌دست

می‌آید، یعنی داریم:

$$\begin{aligned} PVFNC_2 &= PVPB_2 - F_2 \\ &= (30 \times 12 \times 500,000 + 27 \times 12 \times 200,000) \ddot{a}_{52}^{(12)} v^{27} \\ &\quad + (30 \times 12 \times 500,000 + 24 \times 12 \times 200,000) \ddot{a}_{57}^{(12)} v^{24} - 31,138,106.585 \\ &= 106,759,799.608 + 134,620,854.677 - 31,138,106.585 \\ &= 210,242,547.7008IRR \end{aligned}$$

ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی ($PVFY_t$) با استفاده از رابطه ۳-۲-۳-۵

برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} PVFY_2 &= \frac{N_{25} - N_{52}}{D_{25}} + \frac{N_{33} - N_{57}}{D_{33}} \\ &= \ddot{a}_{27} + \ddot{a}_{24} = 17.58 \end{aligned}$$

با استفاده از رابطه‌های ۳-۳-۲ و ۳-۳-۳ مزایای محقق شده هر سال صندوق برابر است با:

$$RNC_2 = \frac{PVFNC_2}{PVFY_2} = \frac{241,380,654.285}{17.58} = 13,730,412.644$$

$$NC_2 = 27,460,825.288IRR$$

همچنین هزینه دوره‌ای صندوق برابر می‌شود با:

$$C_2 = 27,460,825.288IRR$$

۳-۲-۴. روش گروهی انفرادی (Individual aggregate)

درحالی‌که در روش‌های گروهی مزایای محقق شده هر سال و نرخ مزایای محقق شده هر سال برای کل صندوق محاسبه می‌شود؛ در این روش مزایای محقق شده هر سال برای هر فرد به‌صورت مجزا مورد محاسبه قرار می‌گیرد. در روش گروهی انفرادی، مشابه با روش‌های انفرادی مزایای محقق شده هر سال برای هر بیمه شده به‌صورت مجزا و با توجه به کل دارایی‌های صندوق برای هر عضو محاسبه می‌شود؛ به‌عبارت دیگر مزایای محقق شده هر سال وابسته به مجموع دارایی‌های صندوق است. بنابراین در این روش تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برابر با صفر می‌باشد. برای سادگی محاسبات، فرض کنید که دارایی‌های صندوق در شروع صفر است، ازاین‌رو میزان دارایی که به هر فرد اختصاص می‌یابد، صفر می‌شود. حال مشابه با روش‌های قبلی مزایای محقق شده هر سال برای هر بیمه شده در سال اول از برابری ارزش فعلی مزایای آتی ($PVPB_1^j$) با ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی ($PVFNC_1^j$) با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$PVPB_1^j = PVFNC_1^j = NC_1^j \times PVFY_1^j \quad ۳-۲-۴$$

که با حل معادله بالا برحسب NC_1^j مزایای محقق شده هر سال در سال اول برای هر عضو برابر است با:

$$NC_1^j = \frac{PVPB_1^j}{PVFY_1^j} \quad ۲-۴-۲-۳$$

در رابطه بالا ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی ($PVFY_1^j$) برابر می‌شود با:

$$PVFY_1^j = \frac{N_{x_j} - N_{y_j}}{D_{x_j}} \quad ۳-۴-۲-۳$$

حال مزایای محقق شده هر سال کل صندوق برای سال اول برابر است با:

$$C_1 = NC_1 = \sum_{A_1} NC_1^j \quad ۴-۴-۲-۳$$

و ذخائر صندوق برای سال دوم برابر است با:

$$F_t = F_{t-1}(1+i_f) + C_{t-1}(1+i_c) \quad ۵-۴-۲-۳$$

حال برای محاسبه مزایای محقق شده هر سال برای سال دوم به بعد، ابتدا میزان اختصاص یافته از دارایی‌های صندوق (F_t^j) را با استفاده از رابطه زیر برآورد می‌کنیم:

$$F_t^j = \frac{NC_{t-1}^j + F_{t-1}^j}{\sum_{A_t} (NC_{t-1}^j + F_{t-1}^j)} \times F_t \quad ۶-۴-۲-۳$$

که در آن F_t میزان دارایی‌ها و ذخائر صندوق در زمان t است. سپس از آن جایی که مزایای محقق شده هر سال با استفاده از رابطه زیر محاسبه می‌شود، داریم:

$$NC_t^j = \frac{PVFNC_t^j}{PVFY_t^j} \quad ۷-۴-۲-۳$$

حال در صورتی که در رابطه بالا به جای مقدار ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی ($PVFNC_t^j$) مقدار زیر را با استفاده از معادله اساسی اکچوئریال جایگزین کنیم، داریم:

$$PVFNC_t^j = PVPB_t^j - F_t^j \quad ۸-۴-۲-۳$$

در رابطه بالا $UAL_t = 0$ است، بنابراین مزایای محقق شده هر سال برابر می‌شود با:

$$NC_t^j = \frac{PVPB_1^j - F_t^j}{PVFY_t^j} \quad ۹-۴-۲-۳$$

از آن جایی که در این روش تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برابر با صفر است، تعهدات اکچوئریال محقق شده برابر با دارایی‌های صندوق، و مزایای محقق شده هر سال شامل سود و زیان اکچوئریال می‌شود.

مثال ۳-۲-۴. با استفاده از اطلاعات مثال ۳-۱-۱ مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق را با استفاده از روش گروهی انفرادی محاسبه کنید (با این فرض که محاسبات اکچوئریال در سال گذشته با استفاده از روش سن ورود صورت گرفته است).

پاسخ: ابتدا تعهدات اکچوئریال در سال گذشته با استفاده از روش سن ورود محاسبه می‌شود. با استفاده از محاسبات مثال ۳-۲-۲ تعهدات اکچوئریال محقق شده برای هر دو عضو برابر است با:

$$\begin{aligned} AL_1^1 &= NC_1^1 \frac{N_{22} - N_{23}}{D_{23}} \\ &= 5,549,285.374 \\ AL_1^2 &= NC_1^2 \frac{N_{27} - N_{31}}{D_{31}} \\ &= 5,746,024.471 \times \frac{a_{\overline{4}|}}{v^4} \\ &= 36,240,674.025 IRR \end{aligned}$$

حال مقدار اختصاص یافته از سرمایه‌گذاری‌ها به هر یک از افراد صندوق برابر است با:

$$\begin{aligned} F_0^1 &= \frac{5,549,285.374}{5,549,285.374 + 36,240,674.025} \times 10,000,000 \\ F_0^1 &= 1,327,899.202 \end{aligned}$$

$$F_0^2 = \frac{36,240,674.025}{5,549,285.374 + 36,240,674.025} \times 10,000,000$$

$$F_0^2 = 8,672,100.797IRR$$

همچنین با توجه به رابطه ۳-۴-۶ مقدار تخصیص یافته دارایی‌ها برای هر عضو برابر است با:

$$\begin{aligned} F_1^1 &= \frac{NC_0^1 + F_0^1}{\sum_{A_t} (NC_{t-1}^j + F_{t-1}^j)} \times F_1 \\ &= \frac{6,215,199.619 + 1,327,899.202}{11,961,224.09 + 10,000,000} \times 10,800,000 \\ &= \frac{7,543,098.821}{21,961,224.09} \times 10,800,000 \\ &= 3,709,513.956IRR \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_1^2 &= \frac{NC_0^2 + F_0^2}{\sum_{A_t} (NC_{t-1}^j + F_{t-1}^j)} \times F_1 \\ &= \frac{5,746,024.471 + 8,672,100.797}{11,961,224.09 + 10,000,000} \times 10,800,000 \\ &= \frac{7,543,098.821}{21,961,224.09} \times 10,800,000 \\ &= 7,090,486.0428IRR \end{aligned}$$

در ادامه برای محاسبه مزایای محقق شده هر سال برای عضو ۲۴ساله، ابتدا ارزش فعلی مزایای آتی محاسبه می‌شود، یعنی داریم:

$$\begin{aligned} PVPB_1^1 &= B(y_j) a_{y_j}^{\bullet(12)} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \\ &= 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{52}^{\bullet(12)} \times \frac{D_{52}}{D_{24}} \\ &= 70,089,154.154IRR \end{aligned}$$

همچنین ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی برای بیمه شده ۲۴ ساله برابر است با:

$$PVFY_1 = \frac{N_{24} - N_{52}}{D_{24}} = a_{28}^{\ddot{}} = 8.913$$

اکنون با جایگذاری مقادیر بالا در رابطه ۳-۲-۴-۹ مزایای محقق شده هر سال برای عضو ۲۴ ساله برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} NC_1^1 &= \frac{PVPB_1^1 - F_1^1}{PVFY_1^1} \\ &= \frac{70,089,154.154 - 3,709,513.956}{8.913} \\ &= 7,447,508.156IRR \end{aligned}$$

همانند محاسبات بالا ارزش فعلی مزایای آتی و ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی برای عضو ۳۲ ساله برابر است با:

$$\begin{aligned} PVFY_1^2 &= 8.773 \\ PVPB_1^2 &= 91,058,478.542IRR \end{aligned}$$

همچنین مزایای محقق شده هر سال برای عضو ۳۲ ساله برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_1^2 &= \frac{PVPB_1^2 - F_1^2}{PVFY_1^2} \\ &= \frac{91,058,478.542 - 7,090,486.0428}{8.773} \\ &= 9,571,183.46IRR \end{aligned}$$

حال با توجه به مقادیر بالا مزایای محقق شده هر سال صندوق می‌شود با:

$$\begin{aligned} NC_1 &= NC_1^1 + NC_1^2 \\ &= 7,447,508.156 + 9,571,183.461 \\ &= 17,018,691.617IRR \end{aligned}$$

همچنین هزینه دوره‌ای صندوق در سال اول برابر است با:

$$C_1 = 17,018,691.617IRR$$

برای محاسبه مزایای محقق شده هر سال در سال دوم دارایی‌ها و ذخائر صندوق

برابر است با:

$$\begin{aligned} F_2 &= (F_1 + C_1)1.12 = \\ &= (10,800,000 + 17,018,691.617) \times 1.12 \\ &= 31,156,934.603IRR \end{aligned}$$

حال با توجه به رابطه ۳-۲-۴ مقدار تخصیص یافته دارایی‌ها برای هر عضو برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} F_2^1 &= \frac{NC_1^1 + F_1^1}{\sum_{A_t} (NC_{t-1}^j + F_{t-1}^j)} \times F_2 \\ &= \frac{7,447,508.156 + 3,709,513.956}{17,018,691.617 + 10,800,000} \times 31,156,934.603 \\ &= \frac{11,157,022.112}{27,818,691.617} \times 31,156,934.603 \\ &= 12,495,864.762IRR \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_2^2 &= \frac{NC_1^2 + F_1^2}{\sum_{A_t} (NC_{t-1}^j + F_{t-1}^j)} \times F_2 \\ &= \frac{9,571,183.461 + 7,090,486.0428}{17,018,691.617 + 10,800,000} \times 31,156,934.603 \\ &= \frac{16,661,669.503}{27,818,691.617} \times 31,156,934.603 \\ &= 18,661,069.839IRR \end{aligned}$$

برای محاسبه مزایای محقق شده هر سال در سال دوم همانند سال اول ارزش فعلی مزایای آتی و ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی برای بیمه شده ۲۴ ساله برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} PVPB_2 &= (30 \times 12 \times 500,000 + 27 \times 12 \times 200,000) a_{52}^{(12)} v^{27} \\ &= 106,759,799.608IRR \end{aligned}$$

$$PVFY_2^1 = \frac{N_{25} - N_{52}}{D_{25}} = a_{27}^{\bullet} = 8.871$$

با توجه به مقادیر بالا مزایای محقق شده هر سال برای عضو ۲۴ ساله با استفاده از رابطه ۳-۴-۹ در سال دوم برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_2^1 &= \frac{PVPB_2^1 - F_2^1}{PVFY_2^1} \\ &= \frac{106,759,799.608 - 12,495,864.762}{8.871} \\ &= 10,626,077.651 IRR \end{aligned}$$

همچنین ارزش فعلی مزایای آتی و ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی برای بیمه شده ۳۲ ساله در سال دوم برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} PVPB_2 &= (30 \times 12 \times 500,000 + 24 \times 12 \times 200,000) a_{52}^{(12)} v^{24} \\ &= 134,620,854.677 IRR \\ PVFY_2^2 &= \frac{N_{33} - N_{57}}{D_{33}} = a_{24}^{\ddot{}} = 8.79 \end{aligned}$$

با توجه به مقادیر بالا مزایای محقق شده هر سال برای عضو ۳۲ ساله با استفاده از رابطه ۳-۴-۹ در سال دوم برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_2^2 &= \frac{PVPB_2^2 - F_2^2}{PVFY_2^1} \\ &= \frac{134,620,854.677 - 18,661,069.839}{8.79} \\ &= 13,192,239.458 IRR \end{aligned}$$

حال با توجه به مقادیر بالا مزایای محقق شده هر سال صندوق در سال دوم برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_2 &= NC_2^1 + NC_2^2 \\ &= 10,626,077.651 + 13,192,239.581 \\ &= 23,818,317.232 IRR \end{aligned}$$

همچنین هزینه دوره‌ای صندوق در سال دوم برابر می‌شود با:

$$C_2 = 23,818,317.232 IRR$$

۳-۲-۵. روش سن ورود کسب شده (Attained age normal)

تنها تفاوت روش سن ورود کسب شده (که در ادامه کتاب با AAN نمایش داده می‌شود) با روش تعهدات ابتدایی مسدود شده در محاسبه تعهدات اکچوئریال محقق شده در شروع صندوق است، به عبارت دیگر در این روش تعهدات اکچوئریال محقق شده به جای استفاده از روش سن ورود گروهی با استفاده از روش اعتبار واحد محاسبه می‌شود. در این روش برای محاسبه تعهدات اکچوئریال محقق شده در شروع صندوق نیاز به محاسبه مزایای محقق شده هر سال نیست و مقدار تعهدات اکچوئریال محقق شده ($PVAB_1$) در سال اول مشابه با روش اعتبار واحد برابر است با:

$$AL_1 = PVAB_1 = \sum_{A_1} B(x_j)^{..(12)} a_{y_j} \frac{D_{y_j}}{D_{x_j}} \quad ۱-۵-۲-۳$$

از آنجایی که در شروع صندوق میزان دارایی‌ها و ذخائر برابر صفر است، مقدار تعهدات اکچوئریال محقق شده (AL_1) با تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده (UAL_1) برابر می‌شود. حال مشابه با روش تعهدات ابتدایی مسدود شده مزایای محقق شده هر سال برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_t &= \frac{PVFNC_t}{PVFY_t} \times n_t \\ &= \frac{PVFB_t - UAL_t - F_t}{PVFY_t} \times n_t \end{aligned} \quad ۲-۵-۲-۳$$

در رابطه بالا تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده (UAL_1) برابر تعهدات اکچوئریال محقق شده (AL_1) است که این تعهدات با استفاده از روش اعتبار واحد محاسبه می‌شود.

در این روش مشابه با روش تعهدات ابتدایی مسدود شده هزینه دوره‌ای صندوق شامل مزایای محقق شده هر سال و تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده می‌شود؛ بنابراین هزینه دوره‌ای برابر است با:

$$C_t = NC_t + \frac{UAL_1}{a_{\overline{n}|}} + \frac{\Delta UAL_2}{a_{\overline{n}|}} + \dots + \frac{\Delta UAL_t}{a_{\overline{n}|}} \quad ۳-۵-۲-۳$$

در رابطه بالا ΔUAL_t در صورت تغییر شرایط بازنشستگی و یا تغییر مزایای بازنشستگی با استفاده از روش UC محاسبه می‌شود. به عبارت دیگر در این روش ΔUAL_t برابر است با:

$$۴-۵-۲-۳$$

$$\Delta UAL_t = \text{new } UAL_t(UC) - \text{old } UAL_t(UC) = \text{new } AL_t(UC) - \text{old } AL_t(UC)$$

از آن جایی که در این روش تعهدات اکچوئریال محقق شده (AL) با استفاده از روش اعتبار واحد محاسبه می‌شود، تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده (UAL) نیز با استفاده از روش اعتبار واحد به دست می‌آید. به عبارت دیگر تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده برابر است با:

$$UAL_t = \text{old } UAL_t(AAN) + \Delta UAL_t \\ = (UAL_{t-1} + NC_{t-1} - C_{t-1})(1+i) + \Delta UAL_t \quad ۵-۵-۲-۳$$

همچنین در این روش مزایای محقق شده هر سال شامل سود و زیان اکچوئریال است و سود و زیان اکچوئریال به صورت مجزا محاسبه نمی‌شود.

مثال ۳-۲-۵. با استفاده از اطلاعات مثال ۳-۱-۱ مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق را با استفاده از روش سن ورود کسب شده محاسبه کنید.

پاسخ: از آن جایی که در روش سن ورود کسب شده تعهدات اکچوئریال محقق شده و تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده با استفاده از روش اعتبار واحد محاسبه می‌شود، با استفاده از پاسخ مثال ۳-۱-۳ داریم:

$$AL_1 = 19,842,750.276IRR$$

$$UAL_1 = 9,042,750.275IRR$$

همچنین ارزش فعلی مزایای آتی و ارزش فعلی مزایای سال‌های اشتغال آتی برابر است با:

$$\begin{aligned} PVFB_1 &= (30 \times 12 \times 500,000 \times a_{\overline{30}|i}^{(12)} \times v^{28} + 30 \times 12 \times 500,000 \times a_{\overline{30}|i}^{(12)} \times v^{25}) \\ &= 70,089,154.15 + 91,058,478.542 \\ &= 161,156,632.692IRR \end{aligned}$$

$$PVFY_1 = 17.686$$

اکنون با توجه به رابطه ۳-۵-۲ مزایای محقق شده هر سال صندوق برابر است با:

$$\begin{aligned} NC_1 &= \frac{PVFB_1 - UAL_1 - F_1}{PVFY_1} \times n_t \\ &= \frac{161,156,632.692 - 9,042,750.275 - 10,800,000}{17.686} \times 2 \\ &= 15,980,310.122IRR \end{aligned}$$

همچنین هزینه دوره‌ای صندوق بر اساس رابطه ۳-۵-۳ برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} C_1 &= NC_1 + \frac{UAL_1}{a_{\overline{1}|i}} \\ &= 15,980,310.122 + \frac{9,042,750.275}{8.99} \\ &= 16,986,177.783IRR \end{aligned}$$

در سال دوم با توجه به این که تغییر در صندوق بازنشستگی باعث تغییر در مزایای پرداختی سال‌های بعدی می‌شود، تغییرات تعهدات اکچوئریال محقق شده تأمین مالی نشده در روش اعتبار واحد برابر با صفر خواهد بود. به عبارت دیگر از آن جایی که در روش اعتبار واحد، تعهدات اکچوئریال محقق شده بر اساس مزایای رخ داده تا زمان محاسبه صورت می‌گیرد و تغییر در مزایای پرداختی از سال دوم شروع می‌شود،

تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده برابر با صفر می‌شود، پس داریم:

$$\Delta UAL_2 = newAL_2(UC) - oldAL_2(UC) = 0$$

تعهدات اکچوئریتال محقق شده و تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده در سال دوم با استفاده از روش اعتبار واحد برابر می‌شود با:

$$AL_2 = (500,000 \times 3 \times 12) \times a_{\cdot\cdot}^{(12)}_{s2} \times v^{26} + (500,000 \times 3 \times 12) \times a_{\cdot\cdot}^{(12)}_{s7} \times v^{24} \\ = 22,223,880.309IRR$$

$$UAL_2 = (22,223,880.309 - 10,800,000) \\ = 11,423,880.309IRR$$

حال با توجه به رابطه ۳-۲-۵-۲ مزایای محقق شده هر سال صندوق در سال دوم برابر است با:

$$NC_2 = \frac{PVPB_2 - UAL_2 - F_2}{PVFY_2} \times n_2 \\ = \frac{241,380,654.285 - 11,423,880.309 - 12,096,000}{17.661} \times 2 \\ = 24,742,847.697IRR$$

همچنین بر اساس رابطه ۳-۲-۵-۳ هزینه دوره‌ای صندوق در سال دوم برابر است با:

$$C_2 = NC_2 + \frac{UAL_2}{a_{\cdot\cdot}^{[n]}} \\ = 241,380,654.285 + \frac{9,042,750.275}{8.99} \\ = 242,386,521.946IRR$$

فصل چهارم:

معیارهای انتخاب روش محاسبات اکچوئریال

این فصل شامل دو بخش است: در بخش اول به مقایسه انواع روش‌های معرفی شده در فصل قبل پرداخته می‌شود، به‌طوری که خواننده بتواند با مزیت‌ها و معایب هر روش آشنا شود، سپس در بخش دوم برخی از معیارهای انتخاب روش مناسب اکچوئریال بررسی می‌شود.

۴-۱. مقایسه انواع روش‌های محاسبات اکچوئریال

روش‌های متداول در محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی را می‌توان بر اساس معیارهای مختلفی مقایسه کرد، یکی از رایج‌ترین روش‌ها بر اساس مزایای محقق شده هر سال است. همچنین می‌توان این روش‌ها را بر اساس نحوه محاسبه سود و زیان اکچوئریال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده نیز مورد مقایسه قرار داد، که در ادامه این بخش روش‌های محاسبات اکچوئریال بر اساس معیارهای عنوان شده بررسی می‌شوند.

۴-۱-۱. مزایای محقق شده هر سال

روش‌های محاسبات اکچوئریال بر اساس مزایای محقق شده هر سال به دو گروه انفرادی و گروهی تقسیم می‌شوند. براین اساس، مزایای محقق شده هر سال در روش‌های انفرادی برای هر عضو به‌صورت مجزا و در روش‌های گروهی با استفاده از یک نرخ برای کل صندوق به‌صورت واحد محاسبه می‌شود. در روش اعتبار

واحد، **مزایای محقق شده هر سال** با گذشت زمان افزایش می‌یابد، که این امر موجب کاهش **هزینه دوره‌ای** صندوق در سال‌های ابتدایی صندوق، و افزایش آن در سال‌های بعدی می‌شود. در روش سن ورود انفرادی و سن ورود گروهی **مزایای محقق شده هر سال** در صورت عدم تغییر در شرایط و مزایای بازنشستگی با گذشت زمان ثابت می‌ماند، از این رو نیازی به محاسبه **مزایای محقق شده هر سال** به صورت مجزا برای هر سال نیست. در سایر روش‌های محاسبات حق بیمه، **مزایای محقق شده هر سال** بر اساس **تعهدات محقق شده تأمین مالی** نشده، سود و زیان اکچوئریال به صورت انفرادی و یا گروهی محاسبه می‌شود. به طور کلی **مزایای محقق شده هر سال** وابستگی زیادی به شرایط اعضاء صندوق بازنشستگی از جمله سن و سابقه و همچنین مفروضات مورد استفاده در محاسبات دارد. تاکنون پژوهش زیادی پیرامون **مقایسه مزایای محقق شده هر سال** در انواع روش‌های محاسبات اکچوئریال صورت گرفته است. جریث (۱۹۹۷، ۵۰۸) به مقایسه **مزایای محقق شده هر سال** در روش‌های اعتبار واحد، سن ورود انفرادی و تعهدات ابتدایی مسدود شده برای صندوق بازنشستگی متشکل از افراد ۴۵ تا ۵۰ ساله با سابقه‌ای بین ۱۵ تا ۲۰ سال، پرداخته است؛ بر اساس نتایج پژوهش وی روش گروهی دارای بالاترین مزایای محقق شده هر سال می‌باشد، با این حال در سایر روش‌ها **مزایای محقق شده هر سال** با گذشت زمان افزایش و یا کاهش می‌یابد و نمی‌توان مقایسه دقیقی بین **مزایای محقق شده هر سال** در آنها داشت.

۴-۱-۲. سود و زیان اکچوئریال

به طور معمول یکی از پارامترهای تأثیرگذار در مقایسه روش محاسبات اکچوئریال نحوه محاسبه چگونگی سود و زیان اکچوئریال است (ساهپوترا و هدیت، ۲۰۱۴: ۴۱۷). روش‌های محاسبات اکچوئریال بر اساس سود و زیان را می‌توان به دو صورت

سود و زیان تفکیکی^۱ و سود و زیان توام^۲ مقایسه کرد. در روش‌های سود و زیان تفکیکی، سود و زیان اکچوئریال به صورت مجزا محاسبه و با استفاده از روش تصفیه تقسیمی^۱ بدهی در دوره مشخصی تقسیم می‌شود. روش‌های اعتبار واحد، سن ورود انفرادی، تراز حق بیمه و سن ورود گروهی جزو روش‌های سود و زیان تفکیکی هستند. در روش‌های سود و زیان توام، سود و زیان اکچوئریال به صورت مجزا محاسبه نمی‌شود و سود و زیان اکچوئریال در تعهدات سال‌های آتی و مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی با استفاده از روش تصفیه تقسیمی^۱ بدهی تقسیم می‌شود. روش‌های تعهدات ابتدایی مسدود شده، گروهی، گروهی انفرادی و روش سن ورود مسدود شده جزو روش‌های سود و زیان توام تقسیم‌بندی می‌شوند. از آنجایی که در اهداف حسابداری، هدف از محاسبه اکچوئریال آشکارسازی هزینه دوره‌ای و تعهدات اکچوئریال رخ داده در صورت‌های مالی صندوق است، محاسبه سود و زیان اکچوئریال سالانه با استفاده از روش تفکیکی کمک زیادی به آشکارسازی وضعیت مالی صندوق می‌کند. به عبارت دیگر سود و زیان اکچوئریال با استفاده از روش تفکیکی، با نگاه گذشته‌نگر و بر اساس عملکرد واقعی صندوق در طول سال مورد بررسی، می‌تواند وضعیت عملکرد صندوق و کیفیت مفروضات مورد استفاده در محاسبات اکچوئریال را مورد ارزیابی قرار دهد. با این حال مزیت روش‌های سود و زیان توام این است که از آنجایی که عموماً در صندوق‌های بازنشستگی هدف سود و زیان نیست و همه دارایی‌های صندوق متعلق به اعضا می‌باشد، هرگونه سود و زیان اکچوئریال باید در تعهدات آتی صندوق نسبت به اعضا نشان داده شود، از این رو روش‌های سود و زیان توام می‌توانند تأثیر سود و زیان اکچوئریال را در مزایای محقق شده هر سال در سال‌های آتی و هزینه دوره‌ای صندوق در

1- immediate gain

2- Spread gain

سال‌های آتی با استفاده از روش تصفیه تقسیمی بدهی تقسیم کنند.

۴-۱-۳. تعهدات اکچوئریال محقق شده

یکی از عوامل تأثیرگذار در میزان تعهدات اکچوئریال محقق شده روش انجام محاسبات است، به‌طوری‌که در شرایط مختلف روش اندازه‌گیری تعهدات می‌تواند موجب تغییر چندبرابری تعهدات اکچوئریال محقق شده گردد. همچنین تعهدات اکچوئریال محقق شده در روش‌های مختلف، واکنش یکسانی در برابر تغییر مفروضات مورد استفاده در محاسبات ندارد (گریزل، ۲۰۰۵: ۴۸). جریت (۱۹۹۷، ۵:۸) به مقایسه تعهدات اکچوئریال رخ داده در روش‌های اعتبار واحد، سن ورود انفرادی و تعهدات ابتدایی مسدود شده برای صندوقی از افراد ۴۵ تا ۵۰ ساله با سابقه‌ای بین ۱۵ تا ۲۰ سال، پرداخته است. بر اساس این پژوهش در صندوق موردنظر در شرایط یکسان، انتخاب روش باعث تغییر ۳۰ درصدی در تعهدات اکچوئریال محقق شده گردیده است. همچنین روش اعتبار واحد کمترین تعهدات اکچوئریال محقق شده را داراست. روش سن ورود انفرادی و تعهدات ابتدایی کسب شده در ابتدا با هم همگرا هستند، با این حال با توجه به سود و زیان اکچوئریال، روش سن ورود انفرادی با گذشت زمان تعهدات بیشتری را نسبت به روش تعهدات ابتدایی مسدود شده نشان می‌دهد.

۴-۱-۴. تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده

یکی دیگر از معیارهای مقایسه روش‌های محاسبات اکچوئریال نحوه برخورد با تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده است. در روش‌های اعتبار واحد، سن ورود انفرادی، سن ورود گروهی تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده به‌صورت مجزا محاسبه می‌شود، اما در روش‌های تراز حق بیمه، گروهی و گروهی انفرادی

مزایای محقق شده هر سال شامل تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده نیز می‌گردد. در روش تراز حق بیمه تنها تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده در شروع صندوق صفر در نظر گرفته می‌شود؛ درحالی‌که در روش گروهی و گروهی انفرادی تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده نه تنها در شروع طرح بلکه در همه سال‌ها صفر بوده و تعهدات اکچوئریال محقق شده تنها به‌ازای دارایی‌ها و ذخائر طرح است.

۴-۲. معیارهای انتخاب روش محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی

عوامل بسیاری در انتخاب روش مناسب جهت محاسبات اکچوئریال وجود دارد. در این بخش پنج ویژگی کافی بودن دارایی در زمان بازنشستگی، سازگاری هزینه‌ها،^۱ انعطاف در میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال، استواری طرح،^۲ سادگی و ویژگی‌های قانونی جهت انتخاب روش مناسب به اختصار توضیح داده خواهد شد.

۴-۲-۱. کفایت دارایی‌ها در زمان بازنشستگی

یکی از معیارهای انتخاب روش، اطمینان از کافی بودن دارایی و ذخائر طرح هنگام بازنشستگی است. به‌طور معمول یکی از اهداف اصلی محاسبات اکچوئریال بررسی دارایی‌ها و ذخائر طرح به‌منظور ایفای تعهدات نسبت به اعضا بوده و از این‌رو مبنای تمام روش‌های محاسبات اکچوئریال کافی بودن مزایا در زمان بازنشستگی است، با این حال امکان دارد در برخی مواقع قبل از زمان بازنشستگی، تعادل بین دارایی‌ها و ذخائر برقرار نباشد. روش اعتبار واحد تنها روشی است که مزایای محقق شده هر

1- Consistency of costs

2- Robustness of plans

سال را تنها بر اساس آن بخش از مزایای بازنشستگی که در طول سال اتفاق افتاده، محاسبه می‌کند. بنابراین در این روش در صورت عدم وجود تعهدات محقق شده قبلی کافی بودن دارایی‌ها در زمان بازنشستگی تضمین می‌شود. در سایر روش‌ها برخلاف روش اعتبار واحد که مزایای محقق شده هر سال بر اساس میزان مزایای رخ داده در آن سال محاسبه می‌شود؛ مزایای محقق شده هر سال را با توجه به مزایای در زمان بازنشستگی محاسبه می‌کنند.

۴-۲-۲. سازگاری هزینه‌ها

از دیگر معیارهای انتخاب روش، سازگاری هزینه دوره‌ای صندوق و مزایای محقق شده هر سال با نتایج سال‌های قبل است. به عبارت دیگر تغییرات ناگهانی در مقادیر هزینه دوره‌ای صندوق و مزایای محقق شده هر سال موجب کاهش اعتبار محاسبات می‌شود. در روش اعتبار واحد، مزایای محقق شده هر سال و هزینه دوره‌ای صندوق به‌طور معمول دارای روند افزایشی است، اما در سایر روش‌ها بین هزینه دوره‌ای صندوق و مزایای محقق شده هر سال سازگاری بیشتری وجود دارد. یکی دیگر از عوامل ناسازگاری در محاسبات، وجود سود و زیان اکچوئریال است که منجر به ناسازگاری در محاسبات می‌شود.

۴-۲-۳. انعطاف‌پذیری در میزان حق بیمه اکچوئریال

یکی دیگر از معیارهای انتخاب روش، انعطاف در میزان حق بیمه اکچوئریال است. انعطاف‌پذیری در میزان حق بیمه اکچوئریال موجب می‌شود که مدیران صندوق از انعطاف بیشتری در تعیین نرخ‌های حق بیمه بر اساس شرایط اقتصادی و سیاسی برخوردار باشند. روش‌های گروهی و گروهی انفرادی دارای کمترین انعطاف در میزان حق بیمه اکچوئریال هستند، درحالی‌که روش تعهدات ابتدایی مسدود شده و تراز

حق بیمه با توجه به این که برای جبران تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده از روش تصفیه تقسیمی بدهی استفاده می کنند؛ از انعطاف بیشتری در میزان حق بیمه اکچوئریال برخوردارند.

۴-۲-۴. استواری طرح

از دیگر معیارهای انتخاب روش، قابلیت استوارسازی محاسبات در قبال اتفاقات نامتعارف است؛ به طوری که کافی بودن مزایا را در زمان بازنشستگی تضمین کند. در تعیین مفروضات اکچوئریال این احتمال وجود دارد که مفروضات در دنیای واقعی اتفاق نیفتد. با این حال روش محاسبات باید قادر به توضیح این موارد در سود و زیان اکچوئریال باشد. لازم به ذکر است که استوارسازی طرح قادر به تضمین منابع کافی در قبال اتفاقات نامتعارف نیست. همچنین امکان استوارسازی و سازگاری در هزینه ها به طور هم زمان وجود ندارد (تمام روش های معرفی شده در این کتاب از شرایط استوارسازی برخوردارند).

۴-۲-۵. سادگی روش ها

هر روش باید به سادگی قابل توضیح باشد، به طوری که مدیران و کارشناسان صندوق بازنشستگی به خوبی منطق روش مورد استفاده در محاسبات اکچوئریال را درک کنند. همچنین محاسبات اکچوئریال نباید نیاز به تعداد بسیار زیادی از داده ها و محاسبات داشته باشد. به عبارت دیگر وجود داده ها و محاسبات زیاد موجب پیچیدگی بیش از حد محاسبات اکچوئریال در صندوق های بازنشستگی می شود. به طور معمول روش های انفرادی نیاز به جمع آوری تعداد زیادی داده و محاسبات برای هر یک از اعضا دارند. با وجود این که این روش ها از قابلیت محاسبه هزینه های طرح برای هر یک از اعضا به صورت مجزا برخوردارند اما به دلیل افزایش محاسبات، در

صندوق‌های بزرگ فاقد کارایی لازم هستند. در دیگر سو روش‌های گروهی به دلیل عدم نیاز به انجام محاسبات برای هر فرد به صورت مجزا، دارای محاسبات کمتر و قابلیت توضیح بهتری نسبت به روش‌های انفرادی در صندوق‌های بزرگ هستند. با این حال از آن جایی که در روش گروهی انفرادی باید دارایی‌ها برای هر بیمه شده به صورت مجزا محاسبه شود، این روش دارای پیچیدگی بیشتری نسبت به روش‌های انفرادی می باشد. در میان روش‌های انفرادی، روش تراز حق بیمه نیاز به محاسبات بیشتری جهت محاسبه مزایای محقق شده هر سال نسبت به سایر روش‌ها دارد و همچنین روش اعتبار واحد با وجود داشتن ساده‌ترین مکانیسم توضیح، نیازمند تکرار محاسبات برای هر بیمه شده به صورت مجزا است.

۴-۲-۶. مقبولیت قانونی

از دیگر معیارهای انتخاب روش، مقبولیت آن بر اساس استانداردهای حسابداری و جنبه‌های قانونی است. به طور معمول هر کشور استانداردهای به خصوصی برای روش محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی دارد و محاسبات بایستی منطبق بر این استانداردها صورت گیرد. به طور مثال، کلینسون (۲۰۰۱: ۵۹) به بررسی تاریخچه الزامات قانونی و تغییرات قانونی روش‌های محاسبات اکچوئریال در کشورهای حوزه یورو پرداخته است. در ایران نیز استاندارد ۲۷ حسابداری جهت محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی ارائه شده است که متأسفانه به دلیل فقدان درک مناسب از روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی هیچ گونه استاندارد مشخصی در مورد نحوه محاسبه هزینه محقق شده هر سال، هزینه دوره‌ای صندوق، تعهدات اکچوئریال رخ داده، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده، حق بیمه تعیین شده اکچوئریال و سود و زیان اکچوئریال ارائه نمی دهد. مطابق با این استاندارد مزایای بازنشستگی باید بر اساس یک گروه در یاداشت‌های

توضیحی ذیل ترازنامه درج شود تا نیازهای اطلاعاتی زیر را جهت استفاده کنندگان طرح ارائه دهد:

- ارزیابی توان پرداخت تعهدات
- ارزیابی عملکرد طرح
- تعیین راهبردها و خط مشی‌های طرح
- فراهم کردن امکان نظارت عمومی دولت.

همچنین بر مبنای این استاندارد ارزش فعلی مزایای بازنشستگی مبتنی بر اکچوئری باید بر اساس پرداخت‌های مورد انتظار طبق شرایط طرح، با توجه به سنوات خدمت اعضاء تا تاریخ مورد نظر و سطح حقوق و مزایای جاری اعضاء محاسبه شود. همان‌طور که در فصل‌های پیشین بحث شد، یکی از مهم‌ترین موارد در محاسبات اکچوئریال صندوق‌های بازنشستگی نحوه برخورد با **تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده** در زمان محاسبه است، که در این استاندارد هیچ‌گونه اشاره‌ای به آن نشده؛ جز این که ارزش فعلی مزایای بازنشستگی بر اساس سنوات خدمت اعضاء و سطح حقوق و مزایای جاری آن است. از این‌رو به نظر می‌رسد بر اساس این استاندارد **مزایای محقق شده تأمین مالی نشده** قبلی باید صفر در نظر گرفته شود. در مورد نیازهای اطلاعاتی استفاده‌کنندگان از طرح نیز به‌روشنی مشخص نشده است که ارزش فعلی مزایای بازنشستگی مبتنی بر اکچوئری چگونه می‌تواند نیازهای اطلاعاتی ذکر شده در بالا را فراهم کند. باین حال مطابق توضیحات در فصل‌های قبل، جهت ارزیابی توان پرداخت تعهدات نیاز به محاسبه حق بیمه تعیین شده اکچوئریال و مقایسه آن با حق بیمه‌های پرداختی است که در این استاندارد اشاره‌ای به آن نشده است. در مورد ارزیابی عملکرد طرح و تعیین راهبردها و خط مشی‌های طرح نیز نیازمند محاسبه سود و زیان اکچوئریال هستیم، که در این

استاندارد به چگونگی نحوه محاسبه سود و زیان اکچوئریال اشاره‌ای نشده است. به‌طور خلاصه این استاندارد رویه مشخصی برای انتخاب روش محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی ارائه می‌دهد.

فصل پنجم:

خلاصه و نتیجه گیری

در وهله اول به نظر می‌رسد گزارش‌های اکچوئریال بر اساس مفروضاتی در مورد شرایط اقتصادی و اجتماعی بنا شده، که به دلیل عدم اطمینان در مورد مفروضات آتی، فاقد کارایی لازم در دنیای واقعی است. در این کتاب سعی شد با ارائه مهم‌ترین اصطلاحات به کاررفته در گزارش‌های اکچوئریال همچون مزایای محقق شده هر سال، تعهدات اکچوئریال محقق شده، تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده، سود و زیان اکچوئریال و هزینه دوره‌ای صندوق مشخص شود که روش‌های اکچوئریال فراتر از محاسبه تعهدات آتی بر اساس مفروضات جمعیتی و اقتصادی هستند و همانند صورت‌های مالی صندوق‌های بازنشستگی می‌توانند نحوه عملکرد و هزینه سالانه صندوق را نه تنها برای سال‌های آتی بلکه در سال‌های گذشته نیز به خوبی نشان دهند. از این رو یکی از اهداف اصلی این کتاب آشنایی خوانندگان با اهمیت روش در محاسبات اکچوئریال بود، تا مشخص شود نه تنها اهمیت روش در محاسبات کمتر از مفروضات مورد استفاده در آن نیست، بلکه به نسبت اهمیت بیشتری نیز دارد. به عبارت دیگر اساس محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی نه تنها وابسته به مفروضات جمعیتی و اقتصادی در آینده است، بلکه ارتباط عمیقی نیز با عملکرد واقعی صندوق بازنشستگی در حوزه مفروضات جمعیتی و اقتصادی در گذشته دارد. بنابراین روش‌های اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی می‌توانند عملکرد و هزینه‌های سالانه آن را در سال‌های گذشته و هر سال با توجه به شرایط واقعی مورد ارزیابی قرار دهند. با این حال هر روش اکچوئریال مکانیسم یکسانی در مورد عملکرد

واقعی صندوق در گذشته ندارد، به‌طوری که در شرایط یکسان تعهدات محاسبه شده تحت روش‌های متفاوت دارای اختلاف‌های چندبرابری با یکدیگر هستند. از این رو، در کشورهای مختلف استانداردهای متفاوتی جهت محاسبات اکچوئریال ارائه شده و امید آن است در سال‌های آتی استانداردهایی در حوزه روش محاسبات اکچوئریال در کشور تبیین شود.

این کتاب همچنین با مقایسه روش‌های مختلف محاسبات و بیان پارامترهای تأثیرگذار، به بررسی نقاط ضعف و قوت هر یک از روش‌های اکچوئریال پرداخت، به‌طوری که کارشناسان و حساب‌رسان حوزه صندوق‌های بازنشستگی با مطالعه این کتاب بتوانند روش‌های به‌کاررفته در گزارش‌های اکچوئریال را از جهات مختلف مورد ارزیابی قرار دهند. آشنایی با نقاط ضعف و قوت هر روش باعث جلوگیری از سوء برداشت‌های احتمالی در گزارش‌های اکچوئریال می‌شود تا اکچوئران بتوانند با توجه به ویژگی‌های هر صندوق بازنشستگی با صرفه‌ترین روش را جهت محاسبات انتخاب کنند.

در پایان لازم به ذکر است علی‌رغم قدمت زیاد محاسبات اکچوئریال در صندوق‌های بازنشستگی کشور و همچنین الزام تهیه گزارش‌ها بر اساس استاندارد ۲۷ حسابداری، پژوهش‌چندانی در مورد روش‌های اکچوئریال مورد استفاده در گزارش‌های اکچوئریال در کشور وجود ندارد؛ در این کتاب سعی شد با بیان مبانی روش‌های اکچوئریال کارشناسان این حوزه بتوانند درک بهتری از دانش اکچوئریال به‌دست آورند. با این حال این کتاب تنها به بیان مفاهیم و کلیات هر روش پرداخته است و به‌کارگیری موارد ذکر شده در دنیای واقعی نیاز به تحصیلات دانشگاهی در رشته اکچوئریال با تمرکز بر حوزه بازنشستگی و سال‌ها تجربه عملی در به‌کارگیری روش‌های اکچوئریال دارد.

فهرست منابع و مراجع

- استاندارد حسابداری شماره ۲۷، طرح‌های مزایای بازنشستگی
- (ASB), A. s. (2014). *Actuarial standards of practice No 4: Measuring Pension Obligations and Determining Pension Plan Costs or Contributions*. Retrieved from <http://www.actuarialstandardsboard.org/asops/measuring-pension-obligations-determining-pension-plan-costs-contributions/>
- Actuaries, A. A. (2004). *Fundamentals of Current Pension Funding and Accounting For Private Sector Pension Plans*.
- Aitken, W. (1994). *A problem solving approach to pension funding and valuation*. ACTex publication.
- Billig, A., and Jean Claude menard. (2018). Measuring and reporting the actuarial obligations of the Canada pension plan. *International social security review* , vol 17, No3 49-73.
- Blake, D. (2006). *Pension Finance*. London: John Wiley & Sons Ltd.
- Collinson, D. (2001). Actuarial methods and assumptions used in the valuation of retirement Benefits in the EU and other European countries. *EUROPEAN ACTUARIAL CONSULTATIVE GROUP*.
- Dickson, D. C. M., Hardy M. R. and H. R. Waters. (2009). *ACTUARIAL MATHEMATICS FOR LIFE CONTINGENT RISKS*. Cambridge University Press.
- Drouin, A., Plamondon, P., and Cristina Lloret. (2018). Towards a fair assessment of social security liabilities under pay-as-you-go and partially funded schemes. *International social security review*, vol 71, No3 81-105.
- Farrimond, F., and Duane L. Mayer. (1999). *Actuarial cost methods: A review*. American society of pension actuaries.
- Farrimond, w. a. (1999). *American society of pension actuaries*. American society of pension actuaries.

- Grizzle, S. (2005). Three Pension Cost Methods under Varying. *All Theses and dissertations*, 543.
- JARRETT, D. (1997). Which Pension Funding Method Is Right for You? *RECORD*, Copyright © 1998, *Society of Actuaries*, Volume 23, No. 1.
- Lye, S. (1999). *Actuarial mathematics of social security pensions*. International labour office/International Social Security Association.
- Mindlin, D. ([2008b]). The Good, the Bad, and the Ugly of Pension Accounting, Pension Section. *Society of Actuaries*, Issue No. 68, September 2008.
- Ola, B.D., and R.L., Brown. (2018). Measuring and reporting obligations of social security retirement systems: Actuarial perspectives. *International social security review*, VOL 17, No 3, 13-27.
- Sahputra, J.h, and Taufic Hidayat. (2014). Motivation on accounting choice of actuarial gain(loss). *Journal of economics, Business and accountancy ventura*, vol 17, no 3, page 417-428.

واژه نامه

Actuarial valuation	ارزش گذاری اکچوئریال
Attained age	سن کسب شده
Present value of future normal costs	ارزش فعلی مزایای محقق شده هر سال در سال های آتی
Present value of projected benefit	ارزش فعلی مزایای پیش بینی شده
Present value of participant future working years	ارزش فعلی مزایای سال های اشتغال آتی
Unit credit	اعتبار واحد
Robustness of plans	استوارسازی طرح
Actuarial balance sheet	بیان اکچوئریال
Life insurance	بیمه های زندگی
Lifetime distribution	تابع توزیع زندگی
level premium	تراز حق بیمه
Unfunded accrued liability	تعهدات محقق شده تأمین مالی نشده
Actuarial accrued liability	تعهدات اکچوئریال محقق شده
Supplemental cost liability	تعهدات هزینه اضافی
Retrospectively cost method	روش گذشته نگر
Prospectively cost method	روش آینده نگر
Cost Allocation procedure	روش تخصیص هزینه
Contribution allocation procedure	روش اختصاص میزان حق بیمه
Amortization method	روش تصفیه تقسیمی بدهی
Actuarial cost method	روش هزینه یابی اکچوئریال

Individual level premium	روش تراز حق بیمه
Aggregate	روش گروهی
Individual aggregate	روش گروهی انفرادی
Frozen initial liability	روش تعهدات ابتدایی مسدود شده
Consistency	سازگاری
Attained age normal	سن ورود کسب شده
Attained age	سن کسب شده
Actuarial gain and loss	سود و زیان اکچوئریال
Entry age normal	سن ورود انفرادی
Aggregate entry age normal	سن ورود گروهی
Immediate gain	سود و زیان تفکیکی
Spread gain	سود و زیان توام
Pension funds	صندوق بازنشستگی
Normal cost	مزایای محقق شده هر سال
Pension Funding	منابع مالی صندوق بازنشستگی
Actuarially determined contribution	میزان حق بیمه تعیین شده اکچوئریال
Accumulated value of all past normal costs	مجموع مزایای محقق شده هر سال در سال‌های گذشته
Defined benefit system	نظام تأمین مالی مزایای معین
Flat Defined benefit system	نظام تأمین مالی مزایای معین متناسب با دوران اشتغال
Fixed Defined benefit system	نظام تأمین مالی مزایای معین ثابت
Defined contribution	نظام تأمین مالی حق بیمه معین
Hybrid schemes	نظام تأمین مالی ترکیبی
Supplemental cost	هزینه اضافی

محاسبات اکچوئریال اصلی ترین ابزار سنجش میزان پایداری صندوق های بازنشستگی به شمار می رود و سیاست گذار را قادر به ارائه پیشنهاد بازنگری و تعدیل متغیرهای کلیدی به منظور تأمین شرط پایداری مالی می سازد. انتخاب روش مناسب محاسبات اکچوئریال، بسته به اینکه صندوق های بازنشستگی از چه مکانیزمی برای تأمین مالی خود استفاده می کنند از اهمیت بسیاری برخوردار است. کتاب حاضر با هدف ارائه کلیاتی از انواع روش های این محاسبات، با تأکید بر صندوق های مبتنی بر مزایای معین، برای عموم خوانندگان تهیه شده است.

قیمت: ۳۰۰۰۰ تومان